ಸಾಪೇಕ್ಷತಾವಾದ

ಡಾ|| ವ್ಹಿ. ಎಮ್. ಕೋರವಾರ

ಕನ್ನಡ ಅಧ್ಯಯನಪೀಠ
ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ದೇಶನಾಲಯ
ಕರ್ನಾಟಕ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ, ಧಾರವಾಡ.

ಕನ್ನಡ ಅಧ್ಯಯನ ಪೀಠ

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ದೇಶನಾಲಯದ ಪ್ರಕಟನೆ - ೧೫೭

ಪ್ರಧಾನ ಸಂಪಾದಕರು :

ಡಾ. ಎಂ. ಎಸ್. ಸುಂಕಾಪುರ

ಸಾಪೇಕ್ಷತಾವಾದ

ಸಾಪೇಕ್ಷತಾವಾದ

ಲೇಖಕರು :

ಡಾ|| ವ್ಹಿ. ಎಂ. ಕೋರವಾರ

ಕನ್ನಡ ಅಧ್ಯಯನ ಪೀಠ

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ದೇಶನಾಲಯ

ಕರ್ನಾಟಕ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ, ಧಾರವಾಡ-3

INSTITUTE OF KANNADA STUDIES
TEXT BOOK DIRECTORATE
KARNATAK UNIVERSITY, DHARWAR-3

Dr. M. S. Sunkapur, M.A., Ph.D.
General Editor

"**SAPEKSHATA VADA**" - a Supplementary book, written by Dr. V. M. Korwar (Publication of the Text book Directorate of the Institute of Kannada Studies), Published by the Director, Publications and Extension Service, Karnatak University, Dharwar-3.

Published under the Centrally Sponsored Scheme for the Production of Books & Literature in Regional Languages at the University Level, Government of India, Ministry of Education and Social Welfare (Department of culture), New Delhi.

Dr. S. M. Vrushabhendra Swamy, M.A., Ph.D.
Director, Text Book Directorate.

Publisher : **Shri C. S. Kanavi,** M.A.
Director, Publications & Extension Service,
Karnatak University, Dharwar-580 003

Price : Ordinary Copy : Rs. **8-00**
Half Calico Copy : Rs. **10-00**

First Edition : 1977 **Copies : 1000**

Printed by Shri M. G. Palekar
at Vasant Printing Works, Dharwar-1

ಹಾರೈಕೆ

ಕರ್ನಾಟಕ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯವು ಕರ್ನಾಟಕದ ಸರ್ವಾಂಗೀಣ ಪ್ರಗತಿಗಾಗಿ ದುಡಿಯುತ್ತಿದೆ. ವಿವಿಧ ವಿಜ್ಞಾನ, ಮಾನವಿಕ ಶಾಸ್ತ್ರ, ಭಾಷೆ, ಧರ್ಮ, ಸಂಸ್ಕೃತಿ, ಸಾಹಿತ್ಯ ಮುಂತಾದ ಎಲ್ಲ ಜ್ಞಾನಶಾಖೆಗಳಿಗೂ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹ ನೀಡಿ, ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ ನಿಜವಾದ ಅರ್ಥದಲ್ಲಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯೆಯ ಆಲಯವೇ ಆಗಿದೆ. ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಗುರಿಯನ್ನಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಮುನ್ನಡೆಯುತ್ತಿದೆ.

ಕರ್ನಾಟಕ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಕನ್ನಡ ಅಧ್ಯಯನ ಪೀಠ ವಿವಿಧ ಗ್ರಂಥಗಳನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸಿ, ತನ್ನ ಪಾಲಿನ ಕರ್ತವ್ಯವನ್ನು ಮಾಡುತ್ತ ಬಂದಿರುವುದು ಸಂತಸದ ವಿಷಯ. ಇಲ್ಲಿ ಸಂಶೋಧನೆ, ಸಂಪಾದನೆ, ಅನುವಾದ, ಪಠ್ಯ ಹಾಗೂ ಪಠ್ಯೇತರ ಕೃತಿಗಳನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸುವ ಭಿನ್ನ ಭಿನ್ನ ಶಾಖೆಗಳು ಭರದಿಂದ ಕಾರ್ಯನಿರತವಾಗಿವೆ. ಹಲವಾರು ಉಪಯುಕ್ತ ಕೃತಿಗಳಿಂದ ಕನ್ನಡದ ಕಣಜವನ್ನು ತುಂಬಿವೆ.

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ದೇಶನಾಲಯ ವಿಭಾಗವು ಕೇಂದ್ರ ಹಾಗೂ ರಾಜ್ಯ ಸರಕಾರಗಳ ಯೋಜನೆಯ ಅಂಗವಾಗಿ ಅಸ್ತಿತ್ವಕ್ಕೆ ಬಂದು ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ, ವಿಜ್ಞಾನ, ಕಲೆ, ಮಾನವಿಕ ವಿಜ್ಞಾನ, ಕಾಯ್ದೆ, ಎಂಜಿನೀಯರಿಂಗ, ಶಿಕ್ಷಣ, ವೈದ್ಯಕೀಯ ಮೊದಲಾದ ವಿವಿಧ ಶಾಖೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಪದವಿ ಹಾಗೂ ಸ್ನಾತಕೋತ್ತರ ವರ್ಗಗಳಿಗೆ ಅವಶ್ಯಕವಾದ ಪಠ್ಯ ಹಾಗೂ ಪೂರಕ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಕುರಿತ ನೂರಾರು ಗ್ರಂಥಗಳನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸಿರುವುದು ಹೆಮ್ಮೆಯ ಸಂಗತಿ. ಕನ್ನಡವನ್ನು ವಿವಿಧ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ, ಕಾಲೇಜು ಹಾಗೂ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯಗಳಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಣ ಮಾಧ್ಯಮವನ್ನಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸುವ ಉದ್ದೇಶದಿಂದ ಈ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ಹಮ್ಮಿಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಆಧುನಿಕ ಜ್ಞಾನಸಮಸ್ತವನ್ನು ಕನ್ನಡಿಗರಿಗೆ ನೀಡುವ ಉದ್ದೇಶದಿಂದ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ದೇಶನಾಲಯವು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ, ಪೂರಕ ಗ್ರಂಥ, ಜನಪ್ರಿಯ ಪುಸ್ತಕ, ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಪದಕೋಶ

ಗಳೊಡನೆ ಅನುವಾದ ಗ್ರಂಥಗಳನ್ನೂ ಈಗಾಗಲೇ ಪ್ರಕಟಿಸಿದೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ ಹಾಗೂ ಕಾಲೇಜುಗಳಲ್ಲಿ ಕಾರ್ಯನಿರತರಾಗಿರುವ ಅನುಭವಿಕ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರು ಹಾಗೂ ಇತರ ತಜ್ಞರು ರಚಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಈ ಪ್ರಕಟನೆಗಳು ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರಿಗೂ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೂ ಅಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ ಜನಸಾಮಾನ್ಯರಿಗೂ ಬಹು ಉಪಯುಕ್ತವಾದ ಗ್ರಂಥಗಳಾಗಿವೆ. ತಾಯ್ನುಡಿ-ಯಲ್ಲಿಯೇ ವಿವಿಧ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು, ಬೋಧಿಸಲು ಮತ್ತು ಬರೆಯಲು ಈ ಕೃತಿಗಳು ಮಾರ್ಗದರ್ಶಕವಾಗಿ ಸ್ಫೂರ್ತಿ ನೀಡುತ್ತಿವೆ. ಜನತೆಯಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾಪ್ರಸಾರ ಮಾಡುವ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಗುರಿ ಬಹುಮಟ್ಟಿಗೆ ಸಲ್ಲುತ್ತಿರುವುದು, ತನ್ಮೂಲಕ ಜನತೆಯು ಸಂಪರ್ಕವನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಂಡು ಶ್ರೀಸಾಮಾನ್ಯರ ಋಣವನ್ನು ತೀರಿಸುತ್ತಿರುವುದು ಅಭಿಮಾನದ ಸಂಗತಿ. ಕನ್ನಡ ಅಧ್ಯಯನಪೀಠ ತನ್ನ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ದೇಶನಾಲಯದ ಮೂಲಕ ಈ ಪುಣ್ಯಕಾರ್ಯವನ್ನು ಅವ್ಯಾಹತವಾಗಿ ನೆರವೇರಿಸಲೆಂದು ಹಾರೈಸುತ್ತೇವೆ. ಕನ್ನಡವನ್ನು ಸಂಪದ್ಭರಿತವಾಗಿಸುವ ಈ ಪ್ರೀತಿಯ ಕಾಯಕದಲ್ಲಿ ನಿರತರಾ-ದವರೆಲ್ಲ ಅಭಿನಂದನಾರ್ಹರು. ಅವರ ಸೇವೆ ಅವ್ಯಾಹತವಾಗಿ ನಡೆಯಲೆಂದು ಹಾರೈಸುತ್ತೇನೆ.

ಕುಲಪತಿ ನಿವಾಸ
ಕರ್ನಾಟಕ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ
ಧಾರವಾಡ

ಆರ್. ಸಿ. ಹಿರೇಮಠ
ಕುಲಪತಿಗಳು

ಮುನ್ನುಡಿ

ಕರ್ನಾಟಕ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಕನ್ನಡ ಅಧ್ಯಯನ ಪೀಠ, ಕನ್ನಡಿಗರ ಆಶೋತ್ತರಗಳನ್ನು ನೆರವೇರಿಸುವ ಕಾರ್ಯದಲ್ಲಿ ನಿರತವಾಗಿದೆ. ಬೋಧನೆ, ಸಂಶೋಧನೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರಕಟನೆ ಈ ಸಂಸ್ಥೆಯ ಮೂರು ಕಣ್ಣುಗಳು. ಈ ಎಲ್ಲ ವಿಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ವಿಶೇಷ ಕಾರ್ಯಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದ ಕೀರ್ತಿ ಈ ಅಧ್ಯಯನ ಪೀಠಕ್ಕಿದೆ. ವಚನ ವಾಙ್ಮಯ, ಜೈನ, ಹಾಗೂ ವೈಷ್ಣವ ಸಾಹಿತ್ಯ, ಜನಪದ ಹಾಗೂ ಭಾಷಾ ಶಾಸ್ತ್ರಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಅಧ್ಯಯನ ಹಾಗೂ ಅಧ್ಯಾಪನದ ಜೊತೆಗೆ, ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮವನ್ನು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಲು ನೆರವಾಗುವ ಗ್ರಂಥಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿಸಿ, ಪ್ರಕಟಿಸುವ ಕಾರ್ಯಕ್ಕೆ ಮೀಸಲಾಗಿರುವ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ದೇಶನಾಲಯ ಈಗಾಗಲೇ ನೂರಾರು ಕೃತಿಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ವಿಕ್ರಮ ಸಾಧಿಸಿದೆ. ವಿವಿಧ ಕಾಲೇಜುಗಳ ಹಾಗೂ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರು ಮತ್ತು ಇತರ ತಜ್ಞರು ಈ ಕೃತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಈ ವಿಭಾಗವು ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ, ಪೂರಕ ಗ್ರಂಥ ಹಾಗೂ ಜನಪ್ರಿಯ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸುವ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಹಮ್ಮಿಕೊಂಡಿದೆ. ಈ ಎಲ್ಲ ಉಪಕ್ರಮಗಳಿಂದ ಕನ್ನಡ ವಾಙ್ಮಯ ಆಧುನಿಕ ಜ್ಞಾನವಾಹಿನಿಯಾಗುವುದರಲ್ಲಿ ಸಂಶಯವಿಲ್ಲ. ಪ್ರೌಢ ವ್ಯಾಸಂಗ ಹಾಗೂ ಸಂಶೋಧನೆಯ ಪರಿಣಾಮಗಳನ್ನು ಕನ್ನಡ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ತಾಯ್ನುಡಿಯಲ್ಲಿ ನೀಡಲು, ಆಧುನಿಕ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಜನಸಾಮಾನ್ಯರತ್ತ ಹರಿಸಲು ನೆರವಾಗುತ್ತಿದೆ. ಕನ್ನಡ ಭಾಷೆಯೇ ಶಿಕ್ಷಣ ಮಾಧ್ಯಮವಾಗಿ, ಕನ್ನಡವೇ ಆಡಳಿತ ಭಾಷೆಯಾಗಿ, ನ್ಯಾಯಾಲಯಗಳ ಭಾಷೆಯಾಗಿ ಮಾನ್ಯವಾಗಿರುವ ಈ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ದೇಶನಾಲಯದ ಈ ಕಾರ್ಯ ಗಮನಾರ್ಹವಾದ ಸೇವೆಯಾಗಿದೆ. ಈ ಕಾರ್ಯ ಇನ್ನೂ ಭರದಿಂದ ಸಾಗಲೆಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಎಂ. ಎಸ್. ಸುಂಕಾಪುರ
ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರು ಹಾಗೂ ಮುಖ್ಯಸ್ಥರು
ಕನ್ನಡ ಅಧ್ಯಯನ ಪೀಠ

ಪೀಠಿಕೆ

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ದೇಶನಾಲಯವು ಹಮ್ಮಿಕೊಂಡಿರುವ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಪ್ರಕಟನೆಯ ಕಾರ್ಯ ಜನಪ್ರಿಯವಾಗಿರುವುದು ಹೆಮ್ಮೆಯ ಸಂಗತಿ. ಕಾಲೇಜ ಶಿಕ್ಷಣದ ಎಲ್ಲ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಕನ್ನಡವೇ ಶಿಕ್ಷಣಮಾಧ್ಯಮವಾಗುವ ಕಾಲ ಬಹು ದೂರವಿಲ್ಲ. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಎಲ್ಲರೂ ಒಮ್ಮನಸ್ಸಿನಿಂದ ಕಾರ್ಯಪ್ರವೃತ್ತರಾಗ ಬೇಕಾಗಿದೆ. ಈ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ನಡೆದುಬಂದ ದಾರಿಗಿಂತ ನಡೆಯಬೇಕಾದ ದಾರಿಯೇ ನಿಡಿದಾಗಿದೆ. ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ದೇಶನಾಲಯದ ಎಲ್ಲ ಕಾರ್ಯಗಳಿಗೆ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹ ನೀಡುತ್ತಿರುವ ಕುಲಪತಿ ಡಾ. ಆರ್. ಸಿ. ಹಿರೇಮಠ ಅವರಿಗೂ, ಕುಲಸಚಿವ ಶ್ರೀ ಕೆ. ಪಿ. ಸುರೇಂದ್ರನಾಥ ಅವರಿಗೂ ಹಾಗೂ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಪ್ರಕಟನಾ ವಿಭಾಗದವರಿಗೂ ನಮ್ಮ ವಂದನೆಗಳು.

'ಸಾಪೇಕ್ಷತಾವಾದ'ವೆಂಬ ಈ ಪೂರಕ ಗ್ರಂಥವನ್ನು ಕರ್ನಾಟಕ ವಿಶ್ವ-ವಿದ್ಯಾಲಯದ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ರೀಡರ ಆಗಿರುವ ಡಾ. ವ್ಹಿ. ಎಂ. ಕೋರವಾರ ಅವರು ಪರಿಶ್ರಮ ವಹಿಸಿ ರಚಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಕ್ಲಿಷ್ಟ ವಿಷಯವನ್ನು ಸುಲಭ ಶೈಲಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವ ಜಾಣ್ಮೆ ಕರಗತವಾಗಿದೆ. ಡಾ। ಕೋರವಾರ ಅವರ ಇತರ ಕೃತಿಗಳನ್ನು ನಿರ್ದೇಶನಾಲಯ ಈಗಾಗಲೇ ಪ್ರಕಟಿಸಿದೆ. ಅವೆಲ್ಲ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಹಾಗೂ ಪರಿಣತರ ಮೆಚ್ಚಿಗೆ ಗಳಿಸಿವೆ. ಅಂತೆಯೇ ಈ 'ಸಾಪೇಕ್ಷತಾವಾದ'ವೂ ಜನಪ್ರಿಯವಾಗುವುದರಲ್ಲಿ ಸಂಶಯವಿಲ್ಲ. ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರದ ಪೂರಕಗ್ರಂಥವಾಗಿ ಇದನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸುತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ಕರ್ನಾಟಕ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾ-ಲಯದ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರ ವಿಭಾಗದ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರಾದ ಡಾ. ಎಂ. ಆಯ್. ಸವದತ್ತಿಯವರು ಹಸ್ತಪ್ರತಿಯ ವಿಷಯ-ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ಇವರಿಗೆ ನಮ್ಮ ವಂದನೆಗಳು.

ಭಾರತ ಸರಕಾರದ ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಸಮಾಜ ಕಲ್ಯಾಣ ವಿಭಾಗವು ಪ್ರಾದೇಶಿಕ ಭಾಷೆಗಳಲ್ಲಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ ಮಟ್ಟದ ಗ್ರಂಥಗಳನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸುವ ಯೋಜನೆಗನುಗುಣವಾಗಿ ಕರ್ನಾಟಕ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ದೇಶನಾಲಯವು ಈ ಗ್ರಂಥವನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸಿದೆ. ಕರ್ನಾಟಕ ರಾಜ್ಯಸರಕಾರದಿಂದ ರಿಯಾಯಿತಿ ದರದಲ್ಲಿ ಪೂರೈಸಲ್ಪಟ್ಟ ಕಾಗದವನ್ನು ಈ ಗ್ರಂಥದ ಮುದ್ರಣಕ್ಕೆ ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗಿದೆ. ಕರ್ನಾಟಕ ರಾಜ್ಯಸರಕಾರಕ್ಕೆ ನಮ್ಮ ವಂದನೆಗಳು.

ಈ ಗ್ರಂಥದ ಕರಡಚ್ಚುಗಳನ್ನು ತಿದ್ದಿದ ಲೇಖಕರಿಗೂ, ಪ್ರಕಟನೆಯ ಕಾರ್ಯದಲ್ಲಿ ನೆರವಾದ ನಿರ್ದೇಶನಾಲಯದ ವಿಜ್ಞಾನ ವಿಭಾಗದ ಮೇಲ್ವಿಚಾರಕ ಅಧ್ಯಾಪಕರಾದ ಪ್ರೊ. ದೇವೇಂದ್ರಕುಮಾರ ಹಕಾರಿ ಅವರಿಗೆ ಮತ್ತು ಸಹಾಯಕ ಸಂಶೋಧಕರಾದ ಶ್ರೀ ಎಂ. ಆಯ್. ಅರಳಗುಪ್ಪಿ ಅವರಿಗೆ ವಂದನೆಗಳು. ಸುಂದರ ಮುಖಪುಟವನ್ನೊದಗಿಸಿದ ಕಲಾಕಾರ ಶ್ರೀ ಮೂರ್ತಿಯವರಿಗೂ ಮುದ್ರಣ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಅಚ್ಚುಕಟ್ಟಾಗಿ ನೆರವೇರಿಸಿದ ಧಾರವಾಡದ ವಸಂತ ಮುದ್ರಣಾಲಯದ ಮಾಲಕರ ಮತ್ತು ಕೆಲಸಗಾರರ ಸೇವೆಯನ್ನು ಸ್ಮರಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ದೇಶನಾಲಯ	**ಎಸ್. ಎಮ್. ವೃಷಭೇಂದ್ರಸ್ವಾಮಿ**
ಕನ್ನಡ ಅಧ್ಯಯನ ಪೀಠ	ನಿರ್ದೇಶಕರು
25–2–1977	

ಲೇಖಕರ ಅರಿಕೆ

೧೯ನೆಯ ಶತಮಾನದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ೨೦ನೆಯ ಶತಮಾನದ ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರವು ವಿಜ್ಞಾನ ಪ್ರಪಂಚಕ್ಕೆ ಕೊಟ್ಟ ಕೊಡುಗೆ ಅಪಾರವಾದುದು. ಜೆ. ಜೆ. ಥಾಮ್ಸನ್ ಅವರ ಇಲೆಕ್ಟ್ರಾನದ ಶೋಧ, ರಾಂಟ್ಗೆನ್ ಅವರ X-ಕಿರಣಗಳ ಶೋಧ, ಪ್ಲಾಂಕ್ ಅವರ ಕ್ವಾಂಟಮ್ ವಾದ ಮತ್ತು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್‌ರ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ ಇವು ಪ್ರಮುಖ ಕೊಡುಗೆಗಳು. ಈ ಎಲ್ಲ ಕೊಡುಗೆಗಳ ಪೈಕಿ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್‌ರ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ, ವಿಶೇಷತಃ ಅವರ ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ ಎಲ್ಲಕ್ಕಿಂತ ಮಹತ್ವದ್ದು ಎಂದು ಹೇಳಿದರೆ ತಪ್ಪಾಗದು. ಮೊದಲು ಬಾರಿಗೆ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಮತ್ತು ಶಕ್ತಿ ಇವುಗಳ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ತೋರಿಸಿಕೊಟ್ಟವರು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್‌ರು. ಅಲ್ಲದೆ, ಯುಗ ಯುಗಗಳಿಂದಲೂ ಮಾನ್ಯಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟ ಅವಕಾಶ ಮತ್ತು ಕಾಲಗಳ ಬಗೆಗಿನ ನಮ್ಮ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಾಂತಿಕಾರಕ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದವರು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್‌ರು. ಅವರ ಈ ವಿಚಾರಗಳು ಇಂದು ವಿಜ್ಞಾನ ಯುಗದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಎಲ್ಲರಿಗೂ ವಿದಿತವಾದಂತಹವು. ಆದರೆ, ಜನ ಸಾಮಾನ್ಯರಿಗೆ, ವಿಶೇಷವಾಗಿ ನಮ್ಮ ದೇಶದ ಸಾಮಾನ್ಯರಿಗೆ ಈ ವಿಚಾರಗಳು ಅಷ್ಟೊಂದು ತಿಳಿದಿಲ್ಲವೆಂದೇ ಹೇಳಬಹುದು. ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಮೇಲೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಪುಸ್ತಕಗಳು ಪ್ರಕಟವಾಗಿವೆ. ಆದರೆ ಕನ್ನಡ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಇನ್ನೂ ಬಹಳ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಹೊರಬಂದಿಲ್ಲ. ನಮ್ಮ ಕನ್ನಡ ಬಾಂಧವರಿಗೆ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದಂಥ ಮಹತ್ವದ ವಿಷಯದ ಬಗ್ಗೆ ಅಲ್ಪ ಪರಿಚಯ ಮಾಡಿಕೊಡಲು ನಾನು ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಯತ್ನಿಸಿದ್ದೇನೆ.

ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದಲ್ಲಿ "ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ" (Special Theory of Relativity) ಮತ್ತು "ವ್ಯಾಪಕ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ" (General Theory of Relativity) ಎಂದು ಎರಡು ವಾದಗಳು ಇರುತ್ತವೆ. ವಿಶಿಷ್ಟ ವಾದದಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಪಕ ವಾದದಲ್ಲಿಯಷ್ಟು ಗಣಿತದ ಕ್ಲಿಷ್ಟತೆ

ಇಲ್ಲ. ಬಿ. ಎಸ್‌ಸಿ. ಯ ಮಟ್ಟದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸುಲಭವಾಗಿ ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳುವಂಥ ಗಣಿತ ಈ ವಾದದಲ್ಲಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದಲ್ಲಿ ನಾನು ಅವಶ್ಯವಿದ್ದಷ್ಟು ಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ್ದೇನೆ. ಆದರೆ ವ್ಯಾಪಕ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದಲ್ಲಿ ಕೇವಲ ಗಣಿತೀಯ ಫಲಿತಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ವ್ಯಾಪಕ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಇನ್ನೊಂದು ಶಾಖೆ ಯೆಂದು ಕರೆಯುಬಹುದಾದ ವಿಶ್ವ-ಶಾಸ್ತ್ರ (Theory of the Universe)ದ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಪರಿಚಯುವನ್ನೂ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ಈ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಬರೆಯಲು ಸೂಚಿಸಿ ಅದನ್ನು ಮುದ್ರಿಸುವಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ತೋರಿಸಿದ ಕರ್ನಾಟಕ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ದೇಶನಾಲಯದ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ನನ್ನ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳು.

ಪುಸ್ತಕದ ವಿಷಯವನ್ನು ಕೂಲಂಕಷವಾಗಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಅನೇಕ ಸೂಚನೆ ಸಲಹೆಗಳನ್ನಿತ್ತ ನನ್ನ ಮಿತ್ರರಾದ ಪ್ರೊ. ಎಂ. ಆಯ್. ಸವದತ್ತಿ ಅವರಿಗೆ ನಾನು ಚಿರಋಣಿಯಾಗಿದ್ದೇನೆ.

ವ್ಹಿ. ಎಂ. ಕೋರವಾರ

ಪರಿವಿಡಿ

ಅಧ್ಯಾಯ 1

ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದಕ್ಕೆ ಮೊದಲು

ಪೀಠಿಕೆ : ಅವಕಾಶ ವೆಂದರೇನು? ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಅವಕಾಶದ ಬಗೆಗಿನ ನಮ್ಮ ಕಲ್ಪನೆಗಳು ಪರಿಮಿತವಾದಂತಹವಿರುತ್ತವೆ. ನಾವೆಲ್ಲ ಜೀವಿಸಿರುವುದು ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿ, ಅವಕಾಶದಲ್ಲೆಲ್ಲ ಗಾಳಿ ಪಸರಿಸಿದೆ, ನಮ್ಮ ವಾತಾವರಣದ ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿ ಅಸಂಖ್ಯಾತ ನಕ್ಷತ್ರಗಳು ಇರುತ್ತವೆ— ಮುಂತಾದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಗಳನ್ನು ಇಟ್ಟುಕೊಂಡಿರುತ್ತೇವೆ. ಇವೆಲ್ಲ ಒಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದರೂ ಅವಕಾಶದ ಬಗ್ಗೆ ನಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆ ಅಪೂರ್ಣ, ನಿಖರತೆ ಇಲ್ಲದಂತಹದು.

ಅವಕಾಶವನ್ನು ನಾವು ನೋಡಬಹುದೆ ? ನೋಡಬಹುದು ಎಂದು ಒಮ್ಮೆಲೇ ಅನಿಸುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಕೂಲಂಕಷವಾಗಿ ವಿಚಾರ ಮಾಡಿದಲ್ಲಿ ಇದು ಅಸಾಧ್ಯವೆಂದು ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ. ಗಿಡಗಂಟಿಗಳು, ಇತರ ಜೀವಿಗಳು, ನಕ್ಷತ್ರಗಳು ಇರುವ ಸ್ಥಳ ತ್ರಿ-ಆಯಾಮೀಯ ಅವಕಾಶ (Three dimensional Space). ಆದರೆ, ಈ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ನಾವು ನೋಡು ತ್ತೇವೆಯೇ ವಿನಃ ಆ ಅವಕಾಶವನ್ನಲ್ಲ. ಇಂಥ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಅವಕಾಶವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಜ್ಯಾಮಿತಿ ನಮ್ಮ ಸಹಾಯಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತದೆ. ಏಕ-ಆಯಾಮ, ದ್ವಿ-ಆಯಾಮ ಮತ್ತು ತ್ರಿ-ಆಯಾಮಗಳುಳ್ಳ ಅವಕಾಶವನ್ನು ಆಯಾ ಆಯಾಮೀಯ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯಿಂದ ಹೆಚ್ಚು ಹೆಚ್ಚು ತಿಳಿಯುವುದು ಸಾಧ್ಯ. ಆದರೆ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸುವಲ್ಲಿ ಕೂಡು ಕೆಲವೊಂದು ತೊಂದರೆಗಳು ಬರುತ್ತವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸರಳ ರೇಖೆಯೊಂದು ಏಕ ಆಯಾಮೀಯ ವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಅದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಬಲ್ಲೆವೆಂದೇ

ತಿಳಿದಿರುತ್ತೇವೆ. ಆದರೆ ವಾಸ್ತವಿಕವಾಗಿ 'ನಿಜ' ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಕಾಣುವುದು ದುಸ್ತರ. ಏಕೆಂದರೆ, ಸರಳರೇಖೆ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಏಕ ಆಯಾಮೀಯವಾಗ ಬೇಕಾದರೆ ಅದರ ದಪ್ಪ ಎಷ್ಟೂ ಇರಬಾರದು. ಇಂಥ ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವೆ ? ಎಷ್ಟೇ ಮೊನಚಾದ ಸೀಸಕಡ್ಡಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆದರೂ, ಅದಕ್ಕೆ ಕಿಂಚಿತ್ತಾದರೂ ಅಗಲವಿದ್ದೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಇದೇ ತರಹ, ಸಮತಲ ದ್ವಿ-ಆಯಾಮೀಯವಾದದ್ದು ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಅದನ್ನು ದ್ವಿ-ಆಯಾಮೀಯವಾಗಿಯೇ ಚಿತ್ರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೆ ? ತೆಳ್ಳಗಿನ ಕಾಗದದ ತಲ ಸಮತಲವೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಆದರೆ ಎಷ್ಟೇ ತೆಳ್ಳಗಿನ ಕಾಗದ ಇದ್ದರೂ ಅದು ಸ್ವಲ್ಪ ಮಟ್ಟಿಗಾದರೂ ದಪ್ಪವಿರಲೇ ಬೇಕು. ಕಾರಣ, ಸರಳರೇಖೆ ಏಕ ಆಯಾಮೀಯವೆಂಬುದಾಗಲೀ, ಸಮತಲ ದ್ವಿ-ಆಯಾಮೀಯವೆಂಬುದಾಗಲೀ ಕೇವಲ ಕಲ್ಪನೆಗೆ ಎಟಕುವಂತಹ ವಿಷಯ. ಆದುದರಿಂದ ಅವಕಾಶವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದಾದ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಪ್ರಯೋಜನ ಕೂಡ ಮಿತಿಯುಳ್ಳದ್ದೆ.

ಕಾಲದ ಬಗೆಗಿನ ನಮ್ಮ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು, ಅವಕಾಶದ ಬಗೆಗಿನ ನಮ್ಮ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗಿಂತ ಸ್ವಲ್ಪ ಮಟ್ಟಿಗೆ ಹೆಚ್ಚು ನಿಖರವಾಗಿದ್ದರೂ, ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಶಾಸ್ತ್ರೀಯವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಕಾಲ ಎಂದರೆ, ಗತಿಸಿ ಹೋದ ಕಾಲ, ಈಗಿರುವ ಕಾಲ ಮತ್ತು ಮುಂಬರುವ ಕಾಲ ಎಂದು ಸ್ಥೂಲವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿ ಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯ ಜನರಿಗಷ್ಟೇ ಏಕೆ, ನ್ಯೂಟನ್ನನಂಥ ಮಹಾಪ್ರಭೃತಿಗಳಿಗೆ ಕೂಡ ಕಾಲದ ಬಗ್ಗೆ ಸಂಪೂರ್ಣ ಸರಿಯಾದ ಜ್ಞಾನವಿರಲಿಲ್ಲವೆಂದೇ ಹೇಳ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಅವನೇ ಹೇಳುವಂತೆ ಕಾಲ ವಿಶ್ವರೂಪಿ (Universal), ಅದು ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಒಂದೇ ಇದ್ದು ಅನವರತ ಹರಿಯುತ್ತಿರು ತ್ತದೆ. ಕಾಲವು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಜನರಿಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಇರಬಲ್ಲುದು ಎಂಬ ಕಲ್ಪನೆ ಯನ್ನು ಕೂಡ ನಾವು ಮಾಡಲಾರೆವು. ವಿಶೇಷತಃ, ಏಕಕಾಲತ್ವ ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಒಂದೇ ಎಂದು ನಾವು ತಿಳಿಯುತ್ತೇವೆ. ಎರಡು ಘಟನೆಗಳು ನಮ್ಮ ದೃಷ್ಟಿ ಯಲ್ಲಿ ಏಕಕಾಲಕ್ಕೆ ನಡೆದಂಥವಾಗಿದ್ದರೆ, ಬೇರೆ ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಅವು ಏಕಕಾಲಿಕ ಘಟನೆಗಳೇ ಆಗಿ ತೋರುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆ. ಇದೂ ಅಲ್ಲದೆ,

ಕಾಲ ಮತ್ತು ಅವಕಾಶಕ್ಕೆ ಏನೂ ಸಂಬಂಧವಿರಲಾರದು ಎಂಬುದು ಸಾಮಾನ್ಯ ನಂಬಿಕೆ. ಅವಕಾಶ ಮತ್ತು ಕಾಲ ಎರಡೂ ತೀರ ಭಿನ್ನ, ಅವೆರಡರ ನಡುವೆ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸುವುದಾದರೂ ಹೇಗೆ ಸಾಧ್ಯ ? ಇಂಥ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸುವುದು ಹಾಸ್ಯಾಸ್ಪದ ಎಂದು ಕೂಡ ನಾವು ಹೇಳಲು ಹಿಂಜರಿಯು ವುದಿಲ್ಲ.

ಇನ್ನು, ಚಲನೆಯ ಬಗೆಗಿನ ನಮ್ಮ ವಿಚಾರಗಳೂ ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅಸ್ಪಷ್ಟ. ಚಲಿಸುವ ಕಾಯಗಳನ್ನು ನೋಡುತ್ತೇವೆ, ಕಾಯಗಳನ್ನು ಚಲಿಸು ವಂತೆ ಮಾಡಲೂ ಬಲ್ಲೆವು. ಆದರೆ ಚಲನೆಯನ್ನು ವರ್ಣಿಸುವಾಗ, ಚಲನೆಯ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕೊಡುವುದಿಲ್ಲ; ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸೂರ್ಯನು ಪೂರ್ವದಲ್ಲಿ ಉದಯಿಸಿ ಪಶ್ಚಿಮದಲ್ಲಿ ಅಸ್ತಂಗತನಾಗುವುದನ್ನು ನಾವು ದಿನಾಲೂ ನೋಡುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಈ ಚಲನೆಯನ್ನು ನಿಜವಾದ ಚಲನೆ ಯೆಂದೇ ಭಾವಿಸುತ್ತೇವೆ. ನಮ್ಮ ಭೂಮಿಯೇ ತಿರುಗುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ ಈ ಚಲನೆ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆಂದು ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಗೊತ್ತಿರುತ್ತದೆ ಎಂದೇನೂ ಹೇಳುವಂತಿಲ್ಲ. ನಮ್ಮ ಭೂಮಿ ಸ್ಥಿರ, ಅಚಲವೆಂದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕಲ್ಪನೆ. ಭೂಮಿಯನ್ನೇ ಸ್ಥಿರ ಚೌಕಟ್ಟೆಂದು ಭಾವಿಸಿ ಬೇರೆಲ್ಲ ಚಲನೆಗಳನ್ನು ವರ್ಣಿಸು ವುದು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಢಿ. ಆದರೆ ಭೂಮಿ ತನ್ನ ಮೈಸುತ್ತಲೂ ಹಾಗೂ ಸೂರ್ಯನ ಸುತ್ತಲೂ ತಿರುಗುತ್ತಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ಈಗ ಸಿದ್ಧವಾದ ವಿಷಯ. ಆದುದರಿಂದ ನಾವು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ತಿಳಿದ ಸ್ಥಿರ ಭೂ ಚೌಕಟ್ಟು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಸ್ಥಿರವಾದುದಲ್ಲ. ಇದೇ ರೀತಿ, ಭೂಮಿಯ ಮೇಲೆ ವಾಸಿಸುವ ನಾವು ಕೂಡ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಚಲನೆರಹಿತರಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ, ಕೇವಲ ತೋರಿಕೆಗೆ ಕಂಡು ಬಂದ ಚಲನೆ ನಿಜವಾದ, ನಿರಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆ ಎನ್ನುವುದು ತಪ್ಪು. ಆಳವಾಗಿ ನೋಡಿದಲ್ಲಿ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯೆಂಬುದೇ ಕಂಡು ಬರುವು ದಿಲ್ಲ. ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನೇ ಮತ್ತೆ ನೋಡುವಾ. ಭೂಮಿ ತಿರುಗುತ್ತಿರುವುದು ಯಾವ ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ? ಸೂರ್ಯನ ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅಲ್ಲವೆ ? ಹಾಗಾದರೆ ಸೂರ್ಯನು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಸ್ಥಿರನೆ ? ಇಲ್ಲ. ಅವನು ಕೂಡ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುತ್ತಾನೆ ಎಂಬುದು ಸ್ಥಾಪಿತವಾದ ವಿಷಯ. ಕಾರಣ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯೆಂಬುದು ಇಲ್ಲ. ಯಾವುದೇ ಚಲನೆಯನ್ನು

ವರ್ಣಿಸುವಾಗ, ಯಾವ ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಆ ಚಲನೆ ಇರುತ್ತದೆಂದು ಹೇಳಲೇ ಬೇಕು. ಒಂದು ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಯಾವುದೋ ಒಂದು ಕಾಯ ಚಲಿಸುತ್ತಿರಬಹುದು; ಆದರೆ ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವಂತೆ ಆ ಕಾಯದ ವೇಗ ಶೂನ್ಯವಿರಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಭೂಮಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ದಂತೆ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವ ಗಾಡಿಯೊಂದರಲ್ಲಿಯ ಎಲ್ಲ ವಸ್ತುಗಳೂ ಭೂ-ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಗಾಡಿಯ ವೇಗವನ್ನೇ ಹೊಂದಿದ್ದರೂ, ಗಾಡಿಯನ್ನೇ ಒಂದು ಚೌಕಟ್ಟೆಂದು ಭಾವಿಸಿದರೆ, ಆ ವಸ್ತುಗಳ ವೇಗ ಶೂನ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಆದುದರಿಂದ, ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಅರ್ಥವಿದೆ ಎಂದಂತಾಯಿತು. ತಂತಿಯ ಸುರುಳಿಯೊಂದನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ಅದರ ಹತ್ತಿರ ಆಯಸ್ಕಾಂತವೊಂದನ್ನು ಹಿಡಿದರೆ, ತಂತಿಗೆ ವಿದ್ಯುನ್ಮಂಡಲದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದ ಗ್ಯಾಲ್ವನೋಮೀಟರದಲ್ಲಿ ಏನೂ ವಿಚಲನೆ ಕಂಡು ಬರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಆ ಕಾಂತವನ್ನು ಸುರುಳಿಯತ್ತ ವೇಗದಿಂದ ತಂದರೆ ವಿಚಲನೆ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಅಥವಾ, ಕಾಂತವನ್ನು ಸ್ಥಿರವಾಗಿರಿಸಿ, ಸುರುಳಿಯನ್ನೇ ಅತ್ತಿತ್ತ ಚಲಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಿದರೂ ಕೂಡ ವಿಚಲನೆ ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ. ಸುರುಳಿ ಮತ್ತು ಕಾಂತ ಎರಡೂ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸ್ಥಾಯಿ ಇದ್ದಾಗ, ಅಥವಾ ಎರಡೂ ಒಂದೇ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿದ್ದಾಗ ವಿಚಲನೆ (ಗ್ಯಾಲ್ವನೋಮೀಟರದಲ್ಲಿ) ಕಂಡುಬರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದಕಾರಣ, ಪರಿಣಾಮ ಕಂಡುಬರಬೇಕಾದರೆ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆ ಇರಲೇ ಬೇಕು. ಇದೇ ರೀತಿ, ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಭೂಮಿಗಳ ನಡುವೆ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆ ಇಲ್ಲದೇ ಹೋಗಿದ್ದರೆ ದಿನ ರಾತ್ರಿಗಳೇ ಆಗುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ, ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಋತುಗಳೇ ಉಂಟಾಗುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ.

ಒಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ, ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ವಿಷಯದಿಂದ ನಮಗೆ ತಿಳಿದುಬರುವುದೇನೆಂದರೆ, ಅವಕಾಶ, ಕಾಲ ಮತ್ತು ಚಲನೆ ಇವು ನಾವು ತಿಳಿದಿರುವಷ್ಟು ಸುಲಭವಾದ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲ. ಅವುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಸರಿಯಾದ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಆಳವಾದ ಅಭ್ಯಾಸ ಬೇಕು. ಈ ಅಭ್ಯಾಸ ವಿವಿಧ ಆಯಾಮೀಯ ಜ್ಯಾಮಿತಿ, ವಿವಿಧ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಗಳಿಂದುಂಟಾಗುವ ಭೌತಿಕ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳು ಮುಂತಾದವುಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಈ ಅಭ್ಯಾಸವನ್ನು ಶಾಸ್ತ್ರೀಯವಾಗಿ ಮಾಡಿದರೆ, ಅವಕಾಶ, ಕಾಲ ಮತ್ತು ಚಲನೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಹಾಗೂ ನಿಖರ

ಜ್ಞಾನ ಆಗುವುದಲ್ಲದೆ, ಈ ಮೂರೂ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ ಎಂಬುದರ ಅರಿವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಮೊದಲು ಹೇಳಿದಂತೆ, ಅವಕಾಶವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಅದರಲ್ಲಿರುವ ವಸ್ತುಗಳನ್ನೂ, ವಿವಿಧ ಆಯಾಮೀಯ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯನ್ನೂ ಅಭ್ಯಸಿಸಬೇಕು. ಈ ಅಭ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ನ್ಯೂಟನ್ನನ ಸಾರ್ವತ್ರಿಕ ಆಕರ್ಷಣೆ ನಿಯಮ ಬಹಳ ಸಹಾಯಕಾರಿ. ಏಕೆಂದರೆ ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿ ಅನವರತ ನಡೆಯುತ್ತಿರುವ ಗ್ರಹ-ಉಪಗ್ರಹಗಳ ಚಲನೆ, ಪೃಥ್ವಿಯ ಮೇಲೆ ವಾಸಿಸುವ ನಮ್ಮೆಲ್ಲರ ಭದ್ರತೆ ಮುಂತಾದವು ನ್ಯೂಟನ್ನನ ನಿಯಮಕ್ಕೊಳಪಟ್ಟಿರುತ್ತವೆ. ಇದೂ ಅಲ್ಲದೆ, ನ್ಯೂಟನ್ನನ ಈ ನಿಯಮ ಸಮಗ್ರ ವಿಶ್ವದಲ್ಲೆಲ್ಲ ಬಲ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾರುತ್ತದೆ. ಕಾಯ-ಕಾಯಗಳ ನಡುವಿನ ಆಕರ್ಷಣೆ ಆಯಾ ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿರ ಬಹುದಾದ ಬಲ-ಕ್ಷೇತ್ರವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಅವಕಾಶ ಕೇವಲ ಕಾಯಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಸ್ಥಾಯೀ 'ವಸ್ತು'ವಲ್ಲ, ಕಣ್ಣಿಗೆ ಅಗೋಚರವಾದ ಅಸಂಖ್ಯಾತ ಬಲಗಳನ್ನೂ, ಅವುಗಳಿಂದುಂಟಾಗುವ ಚಲನೆಗಳನ್ನೂ ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತದೆ. ಅವಕಾಶದ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಹೆಚ್ಚು ಗೊತ್ತಾದಂತೆ ಅದರ 'ರಚನೆ' ಎಷ್ಟು ಜಟಿಲವಾಗಿರಬಹುದೆಂಬುದರ ಬಗೆಗೂ ಅರಿವಾಗುತ್ತದೆ.

ನ್ಯೂಟನ್ನನ ಸಾರ್ವತ್ರಿಕ ಆಕರ್ಷಣೆ ನಿಯಮದಿಂದ ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿರ ಬಹುದಾದ ಬಲಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವಂತಾಯಿತು. ಆದರೆ, ಆ ನಿಯಮದಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿಷಯ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿರಲಿಲ್ಲ. ಅದೆಂದರೆ, ಕಾಯಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಆಕರ್ಷಣೆ ಬಲ ಆ ಕಾಯಗಳ ಮೇಲೆ ಹೇಗೆ ಪ್ರವರ್ತಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನ್ಯೂಟನ್ನನು ಹೇಳಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಕಾಯಗಳ ನಡುವೆ ಬಲ ಒಮ್ಮೆಲೆ ಉದ್ಭವಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, ಕಾಯಗಳ ನಡುವೆ ಏನೂ ಮಾಧ್ಯಮವಿರದಿದ್ದರೂ ಸಹ, ಒಂದು ಕಾಯ ಮತ್ತೊಂದರ ಮೇಲೆ ಪ್ರವರ್ತಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಬಲಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡಲು ಎರಡೂ ಕಾಯಗಳಿಗೂ ಏನೂ ವೇಳೆ ಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ. ಒಂದು ಕಾಯವು ಆಕರ್ಷಣೆ ಬಲವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಕಾಯದ ಮೇಲೆ ಅದು ಇದ್ದ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ, ಬೇರಾವ ಕಾರಕದ ಸಹಾಯ ವಿಲ್ಲದೆ ಪ್ರವರ್ತಿಸುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದಲೇ ನ್ಯೂಟನ್ನನ ಈ ಆಕರ್ಷಣೆ

ವಾದಕ್ಕೆ 'Action-at-a-distance theory' ಅಂದರೆ. "(ಕರ್ತೃವಿನಿಂದ) ದೂರದಲ್ಲಿ ನಡೆಯುವ ಕಾರ್ಯವಾದ"ವೆನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ನ್ಯೂಟನ್ನನ ಈ ನಿಯಮದಿಂದ ಕಾಯಗಳೆರಡರ ನಡುವಿನ ಅವಕಾಶದ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಜ್ಞಾನ ದೊರಕುವುದು ಅಸಾಧ್ಯ. ಆಧುನಿಕ ಆಕರ್ಷಣೆ ವಾದ ಇಂಥ ಅವಕಾಶವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಹೆಚ್ಚು ಅನುಕೂಲ. ಈ ವಾದ ಒಂದು ಕ್ಷೇತ್ರ ವಾದ. ಅಂದರೆ, ಕಾಯಗಳ ನಡುವಿನ ಆಕರ್ಷಣೆ- ಅದು ಗುರುತ್ವ ಆಕರ್ಷಣೆಯೇ ಇರಲಿ, ಇಲ್ಲವೆ, ವಿದ್ಯುತ್ ಆಕರ್ಷಣೆಯೇ ಇರಲಿ, ಅಥವಾ ಇನ್ನಾವ ಬಲವೇ ಇರಲಿ – ಮಾಧ್ಯಮವೊಂದರ ಮೂಲಕ ಪ್ರವರ್ತಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಕ್ಷೇತ್ರವಾದದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಿ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸಿದವರು ಫ್ಯಾರಡೆ, ಮ್ಯಾಕ್ಸವೆಲ್, ಪಾಸಾಂ ಮತ್ತು ಲಾಪ್ಲಾಸ್ ಮೊದಲಾದವರು. ಗುರುತ್ವ ಬಲಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕ್ಷೇತ್ರವಾದವನ್ನು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸಿ ಅವಕಾಶದ ಬಗ್ಗೆ ನಮ್ಮ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದವರು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್.

ಇನ್ನು, ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಗೆ ಪುನಃ ಮರಳುವಾ. ಜನಸಾಮಾನ್ಯರಿಗೆ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯ ಬಗ್ಗೆ ನಿಖರ ಜ್ಞಾನವಿಲ್ಲದಿದ್ದರೂ, ವಿಜ್ಞಾನಿಗಳಿಗೆ. ಚಲನೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ನ್ಯೂಟನ್ ಮತ್ತು ಗೆಲಿಲಿಯೋರ ಕಾಲದಲ್ಲಿಯೂ ಗೊತ್ತಿತ್ತು. ಇಬ್ಬರು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಗತಿಗಳಿಂದ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಗುಂಟ ಒಂದೇ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಅವರೀರ್ವರ ನಡುವೆ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಒಬ್ಬನು ಗಂಟೆಗೆ ನಾಲ್ಕು ಮೈಲುಗಳ ವೇಗದಿಂದ ನಡೆಯುತ್ತಿದ್ದಾನೆಂದೂ, ಇನ್ನೊಬ್ಬನು ಗಂಟೆಗೆ ಎರಡು ಮೈಲುಗಳ ವೇಗದಿಂದ ನಡೆಯುತ್ತಿರುವನೆಂದೂ ತಿಳಿದರೆ ಮೊದಲನೆಯವನ ವೇಗ ಎರಡನೆಯವನಿಗೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ, ಗಂಟೆಗೆ ಎರಡು ಮೈಲು ಮಾತ್ರ ಇರುತ್ತದೆ. ಅವರೀರ್ವರೂ ಒಂದೇ ರೇಖೆಗುಂಟ ವಿರುದ್ಧ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಒಬ್ಬನ ವೇಗ. ಇನ್ನೊಬ್ಬನಿಗೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ, ಆರು ಮೈಲು ಆಗುತ್ತದೆ. ಇಂಥ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಗಳನ್ನು ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಅಭ್ಯಸಿಸಲು ಕೆಲವೊಂದು ಪರಿವರ್ತನಾ ನಿಯಮಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು :

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t.$$

ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿ, (x, y, z, t) ಮತ್ತು (x', y', z', t') ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯಲ್ಲಿರುವ $\times$ ಮತ್ತು $\times'$ ಎಂಬ ಎರಡು ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿಯ ಒಂದು ಕಣದ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು. ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆ x– ಅಕ್ಷದ ಗುಂಟ v ವೇಗದಿಂದ ನಡೆಯುತ್ತದೆಂದೂ, $\times$ ಮತ್ತು $\times'$ ಅಕ್ಷಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಮಾಂತರ ವಿರುತ್ತವೆಂದೂ ತಿಳಿಯಲಾಗಿದೆ. ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಒಂದು ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ನಡೆಯುವ ಚಲನೆಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ವರ್ಣಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ. ಈ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳಿಗೆ ಗೆಲಿಲಿಯನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳೆನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಈ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಸಮೀಕರಣ, ಅಂದರೆ $t' = t$ ಎಂಬುದು, ಈ ಮೊದಲು ಹೇಳಿದ ಕಾಲದ ಬಗ್ಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ಜನರಿಗೆ ಇದ್ದ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನೇ ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ವರ್ಣಿಸುತ್ತದೆ.

ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆ ಸಮರೂಪಿ (uniform) ಚಲನೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದುದು. ಇಬ್ಬರೂ ವೀಕ್ಷಕರು ಸರಳ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಗತಿ ಯಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುತ್ತಾರೆ. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವೀಕ್ಷಕನಿಗೂ ತನ್ನದೇ ಆದ ಚೌಕಟ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ. ಆಯಾ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಆಯಾ ವೀಕ್ಷಕನು ಸ್ಥಾಯಿ. ಇಂಥ ಒಂದು ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಕಾಯವೊಂದು ಸಮರೂಪಿ ಚಲನೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆಯೆಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಅದರ ಮೇಲೆ ಬೇರಾವ ಬಲ ಪ್ರವರ್ತಿಸು ತ್ತಿರುವುದಿಲ್ಲವೆಂದೂ ಭಾವಿಸೋಣ. ಆ ಕಾಯ x ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ ಆಗ $\ddot{x}$ $\left(\text{ಅಂದರೆ } \frac{d^2x}{dt^2}\right) = 0$ ಏಕೆಂದರೆ ಸಮರೂಪಿ ಚಲನೆಯಿರುವುದ ರಿಂದ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷವಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಈಗ ಈ ಸಮೀಕರಣ $\left(\frac{d^2x}{dt^2} = 0\right)$ ವನ್ನು ಗ್ಯಾಲಿಲಿಯನ್ ಸೂತ್ರಗಳ ಮೂಲಕ ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕಟ್ಟಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆದರೆ $\frac{d^2x'}{dt'^2} = 0$ ಎಂದು ಬರುತ್ತದೆ. $\ddot{x} = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣ, ಮೊದಲನೆ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಆ ಕಾಯ ನ್ಯೂಟನ್ನನ ಜಡತ್ವ ನಿಯಮ (Law of inertia) ವನ್ನು ಪಾಲಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತದೆ.

$\dot{x}'=0$ ಶೂನ್ಯವೆಂದೂ ಕಂಡುಬಂದುದರಿಂದ, ಈ ಮುಂದಿನ ನಿರ್ಣಯಕ್ಕೆ ಬರಬಹುದು — ಒಂದು ಸಮರೂಪಿ ಚಲನೆಯುಳ್ಳ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಕಾಯವೊಂದು ನ್ಯೂಟನ್ನನ ಜಡತ್ವನಿಯಮವನ್ನು ಪಾಲಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಅದು ಇನ್ನೊಂದು ಸಮರೂಪಿ ಚಲನೆಯುಳ್ಳ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಕೂಡ ಜಡತ್ವನಿಯಮವನ್ನು ಪಾಲಿಸುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ ಜಡತ್ವನಿಯಮವನ್ನು ಪಾಲಿಸುವ, ಸಮರೂಪಿ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯುಳ್ಳ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಿಗೆ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳೆನ್ನುತ್ತಾರೆ (inertial frames).

ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಪೂರ್ವದ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೇವಲ ಯುಕ್ಲೀಡನ ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಮಾನ್ಯವಿತ್ತು. ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ $\triangle s$ ನ್ನು ಕಾರ್ಟೇಸಿಯನ್ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ(Cartesian co-ordinates(ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು :

$$(\triangle s)^2 = (\triangle x_1)^2 + (\triangle x_2)^2 + (\triangle x_3)^2$$

ಇಲ್ಲಿ $\triangle x_1$, $\triangle x_2$, $\triangle x_3$ ಇವು ಎರಡೂ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರದ x, y, z ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿಯ ಘಟಕಗಳು. ಈಗ, ಇದೇ ಅಂತರ $\triangle s$ ನ್ನು ಬೇರೊಂದು ಸಮರೂಪಿ ಚಲನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಪರಿಕಲಿಸೋಣ. ಹೀಗೆ ಮಾಡಲು ಗ್ಯಾಲಿಲಿಯನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು. $x' = x - vt$ ಎಂದಿರುವದರಿಂದ, $\triangle x = \triangle x$ (v, t ಸ್ಥಿರವಿರುತ್ತದೆ); ಇದರಂತೆಯೆ, $y'=y$ ಮತ್ತು $z'=z$ ಇರುವುದರಿಂದ $\triangle y'=\triangle y$, ಮತ್ತು $\triangle z'=\triangle z$.

ಆದುದರಿಂದ $(\triangle s')^2=(\triangle x')^2+(\triangle y')^2+(\triangle z')^2$

$$=(\triangle x)^2+(\triangle y)^2+(\triangle z^2)=(\triangle s)^2$$

ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನೇ ಶಬ್ದಗಳಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು : ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಣ ಅವಕಾಶ–ಅಂತರ, ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಇರುತ್ತದೆ; ಅಂದರೆ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳಿಂದ ಆ ಅವಕಾಶ–ಅಂತರವನ್ನು ಪರಿವರ್ತನಗೊಳಿ-

ಸಿದರೆ ಅದು ಬದಲಾಗದೆ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಗೆಲಿಲಿಯನ್ ಸೂತ್ರಗಳ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಸೂತ್ರ $t'=t$ ಕಾಲವು ಎರಡೂ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಇರುವುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಅವಕಾಶ-ಅಂತರದ ಅಚರತೆ (Invariance) ಮತ್ತು ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಲ ಒಂದೇ ಇರುವುದು- ಇವೆರಡೂ, ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ಪೂರ್ವ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರದ ತಳಹದಿಯಾಗಿದ್ದುವು. ಗತಿಶಾಸ್ತ್ರದ ಮೂಲ ನಿಯಮಗಳಾದ ನ್ಯೂಟನ್ನನ ಚಲನೆ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಯಾವುದೇ ಚಲನೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಬಹುದಾಗಿತ್ತು. ಒಂದು ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟಿನಿಂದ ಇನ್ನೊಂದಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತನೆ ಮಾಡುವಲ್ಲಿ ಅವಕಾಶ ಮತ್ತು ಕಾಲಗಳ ಬಗೆಗಿನ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಪರಿವರ್ತನಾ-ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದರೆ, ನ್ಯೂಟನ್ನನ ನಿಯಮಗಳು ಏನೂ ಬದಲಾಗದೆ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಮನಗಾಣಬಹುದು. ಇದರ ಭೌತಿಕ ಅರ್ಥವನ್ನು ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು : ಯಾವುದೇ ಒಂದು ವಿದ್ಯಮಾನವನ್ನು S_ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ವರ್ಣಿಸಿದಂತೆಯೇ, ಆ ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯನ್ನು ಪಡೆದ S'_ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಕೂಡ ನಿಖರವಾಗಿ ಅದೇ ರೂಪದ ನಿಯಮಗಳಿಂದ ವರ್ಣಿಸಬಹುದು. ಅಂದರೆ, ಭೌತಿಕ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳು ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿದ್ದ ವೀಕ್ಷಕರಿಗೆಲ್ಲ ಒಂದೇ ತೆರನಾಗಿ ತೋರಬೇಕು ಮತ್ತು ಯಾವುದೊಂದು ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟು ವರ್ಣನೆಗೆ ತನ್ನದೇ ಆದ ವಿಶೇಷತೆಯನ್ನು ಪಡೆದಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಇದು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ ಪೂರ್ವದ (ನ್ಯೂಟನ್ ಮತ್ತು ಇತರರ) ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದವಾಗಿತ್ತು.

ಒಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ, ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ ಪೂರ್ವದ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳೆಲ್ಲ ಸಮರ್ಪಕ ವಿವರಣೆ ಪಡೆದಂತೆ ತೋರುತ್ತಿತ್ತು. ಆದರೆ ಕೆಲವೊಂದು ವಿದ್ಯಮಾನಗಳನ್ನು ಕೂಲಂಕಷವಾಗಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದಲ್ಲಿ ಬಿಕ್ಕಟ್ಟು ತೋರಿಬರುತ್ತದೆ. ವಿಶೇಷತಃ ಗೆಲಿಲಿಯನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯುದ್ಗತಿ ಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಅನ್ವಯಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದಾಗ ತೀವ್ರ ಬಿಕ್ಕಟ್ಟು ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನೇ ಮುಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಅಧ್ಯಾಯ 2

ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಉಗಮ

ವಿದ್ಯುದ್ಗತಿಶಾಸ್ತ್ರ ಮತ್ತು ಗೆಲಿಲಿಯನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳು: ಹಿಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದ ಗೆಲಿಲಿಯೊ-ನ್ಯೂಟನ್ ಅವರ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು, ವಿಶೇಷತಃ ಕಾಲ ಎಲ್ಲ ವೀಕ್ಷಕರಿಗೂ ಒಂದೇ ಇರುತ್ತದೆಂಬುದನ್ನು ಮತ್ತು ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಣ ಅಂತರ ಯಾವುದೇ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಇರುತ್ತದೆಂಬುದನ್ನು ವಿದ್ಯುದ್ಗತಿ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿಯ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿದಾಗ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಉದ್ಭವಿಸುತ್ತವೆ. ಮ್ಯಾಕ್ಸ್‌ವೆಲ್‌ನ ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತೀಯ ಸಮೀಕರಣಗಳು ವಿದ್ಯುದ್ಗತಿಶಾಸ್ತ್ರದ ಮೂಲಾಧಾರ. ಅವುಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$\nabla \times \bar{H} - \frac{1}{c}\dot{\bar{E}} = \frac{1}{c}\bar{j}, \quad \dot{E} = \frac{\partial E}{\partial t},$$

$$\nabla \cdot \bar{E} = \rho, \quad \nabla \times \bar{E} + \frac{1}{c}\dot{\bar{H}} = 0, \quad \nabla \cdot \bar{H} = 0$$

ಇಲ್ಲಿ $\bar{H}$ ಮತ್ತು $\bar{E}$ ಕಾಂತಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ವಿದ್ಯುತ್ ಕ್ಷೇತ್ರ ತೀವ್ರತಾ ವೆಕ್ಟರುಗಳು, ρ = ಪೂರಣ ಸಾಂದ್ರತೆ, $\bar{j}$ = ಪ್ರವಾಹ ಸಾಂದ್ರತೆ. c = ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ. ಗೆಲಿಲಿಯನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಈ ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಒಂದು ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟಿನಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರೆ, ಅವು ಎರಡೂ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಆಗಿ ಉಳಿಯುವುದಿಲ್ಲ; ವಿಶೇಷವಾಗಿ, ವಿದ್ಯುದ್ಗತಿ ಶಾಸ್ತ್ರದ ಮುಖ್ಯ ನಿಯಮವಾದ ಪ್ರಕಾಶದ ಪ್ರಸಾರದ ನಿಯಮಕ್ಕೆ ಈ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರ

ಗಳನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದರೆ ಬಿಕ್ಕಟ್ಟು ತಲೆದೋರುತ್ತದೆ. ಆಗ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆಂದು ಈ ಮುಂದಿನ ಸಮೀಕರಣದಿಂದ ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತದೆ. (ಈ ಸಮೀಕರಣದ ರುಜುವಾತನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಗ್ರಹಿಸಲಾಗಿದೆ.)

$$\sqrt{u_x^{*2} + u_y^{*2} + u_z^{*2}}$$

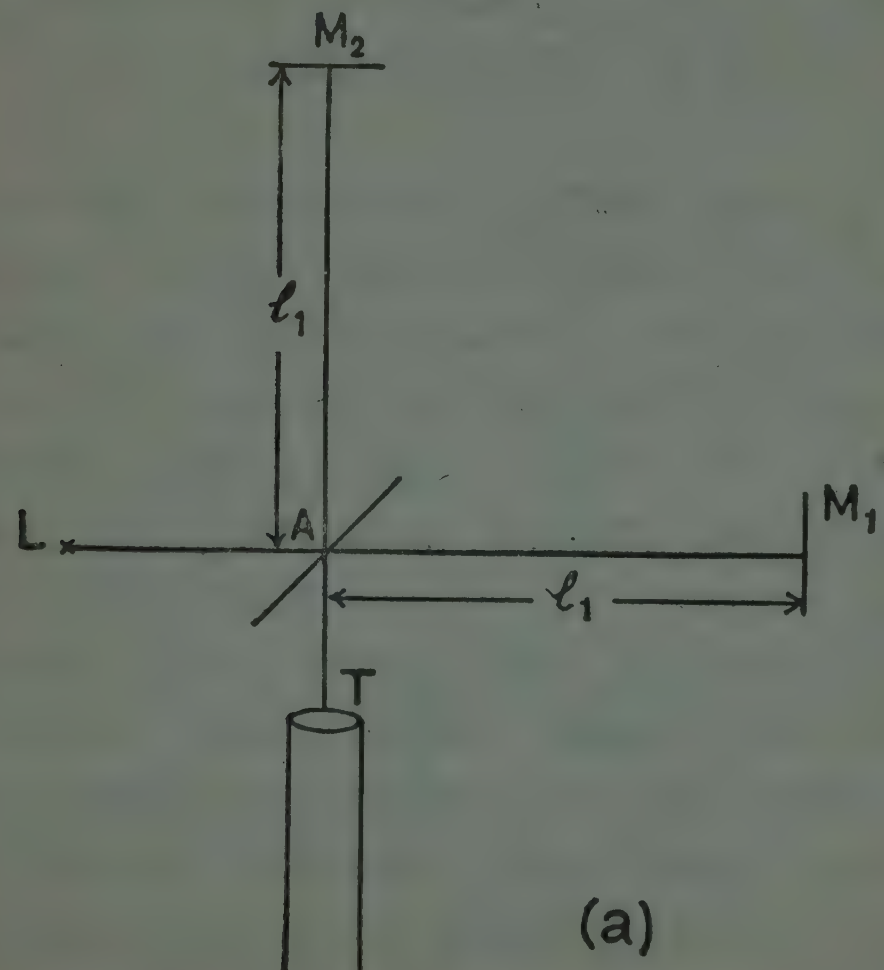
$$= \sqrt{c^2 + v^2 - 2c\,(v_x \operatorname{Cos}\alpha + v_y \operatorname{Cos}\beta + v_z \operatorname{Cos}\gamma)}$$

ಇದರಲ್ಲಿ u_x^*, u_y^*, u_z^*. S^* ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗದ x, y, z ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿಯ ಘಟಕಗಳು; v, S ಮತ್ತು S^* ಚೌಕಟ್ಟುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಾಪೇಕ್ಷ ವೇಗ, ಮತ್ತು c, ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ, α, β ಮತ್ತು γ; ಪ್ರಕಾಶ ಕಿರಣವು S ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ಅಕ್ಷಗಳೊಡನೆ ಮಾಡುವ ಕೋನಗಳು. ಪ್ರಕಾಶ ಕಿರಣವು v ವೇಗದ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿಯೇ ಚಲಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ $\operatorname{Cos}\alpha = \operatorname{Cos}\beta = \operatorname{Cos}\gamma = 1$; ಆಗ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ $(c - v)$ ಆಗುವುದು ಮತ್ತು ವಿರುದ್ಧ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ $(c + v)$ ಎಂದಾಗುವುದು. ಇದು ಸಾಧ್ಯವೆ ? ಇದಕ್ಕೆ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಮರ್ಥನೆ ಇದೆಯೇ ? ಇದೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಹೀಗೆ ರೂಪಿಸಬಹುದು: S ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ c ಎಂದಿದ್ದರೆ, S^* ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅದು c ಇರಲಾರದು. ಹಾಗಾದರೆ ಯಾವ ವೇಗ ಸರಿ ? ನಿಷ್ಕೃಷ್ಟವಾಗಿ c ವೇಗವೇ ಇರುವ ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟ ಚೌಕಟ್ಟು ಇದೆಯೋ ಹೇಗೆ ? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರ ನೀಡಲು ಪ್ರಯೋಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಉದ್ದೇಶಕ್ಕಾಗಿ ಮಾಡಿದ ಪ್ರಯೋಗಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲ ಪ್ರಮುಖವಾದುದು ಮೈಕಲ್ಸನ್-ಮೋರ್ಲೆ ಅವರ ಪ್ರಯೋಗ.

ಈಥರದ ಕಲ್ಪನೆ : ಪ್ರಕಾಶವು ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತೀಯ ತರಂಗಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸ್ಥಾಪಿತವಾದ ಮೇಲೆ ಈ ತರಂಗಗಳ ಪ್ರಸಾರವಾಗಬೇಕಾದರೆ ಮಾಧ್ಯಮ ಒಂದು ಬೇಕಲ್ಲವೆ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆ ತಲೆದೋರಿತು. ಧ್ವನಿ ತರಂಗಗಳು ಮಾಧ್ಯಮವಿಲ್ಲದೆ ಪ್ರಸಾರವಾಗಲಾರವು ಎಂಬಂಶ ಆಗಲೇ ಸಿದ್ಧ

ವಾದ ವಿಷಯವಾಗಿತ್ತು. ಆದ್ದರಿಂದ ತರಂಗಗಳ ಪ್ರಸಾರಕ್ಕೆ ಒಂದು ಮಾಧ್ಯಮ ಅವಶ್ಯ ಎಂದು ತರ್ಕಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರಕಾಶದ ತರಂಗಗಳ ಪ್ರಸಾರಕ್ಕೆ ಬೇಕಾದ ಮಾಧ್ಯಮ ಯಾವುದು? ಇದು ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ಪೂರ್ವದಲ್ಲಿದ್ದ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರು ಎದುರಿಸಬೇಕಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಯಾಗಿತ್ತು. ಮಾಧ್ಯಮ ಗಾಳಿ ಅಥವಾ ವಾಯು ಎಂದು ಕೂಡಲೇ ಎನಿಸುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಎಲ್ಲೆಡೆ ಗಾಳಿ ಇರುತ್ತದೆಯೋ ಹೇಗೆ? ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತಿತರ ನಕ್ಷತ್ರಗಳಿಂದ ನಮಗೆ ಪ್ರಕಾಶ ಬರುತ್ತದೆ. ಈ ಆಕಾಶ ಕಾಯಗಳೆಲ್ಲ ನಮ್ಮಿಂದ ಕೋಟ್ಯಾನುಕೋಟಿ ಮೈಲು ದೂರದಲ್ಲಿವೆ. ಅಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿ ಬಹುಶಃ ಸಂಪೂರ್ಣ ನಿರ್ವಾತವೇ ಇರುತ್ತಗೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಏಕೆಂದರೆ, ನಮ್ಮ ಭೂಮಿಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಕೆಲವೇ ಮೈಲುಗಳಷ್ಟು ದೂರ ಹೋದರೂ ಅಲ್ಲಿ ಸಾಕಷ್ಟು ನಿರ್ವಾತ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಕೋಟ್ಯಾನುಕೋಟಿ ಮೈಲು ದೂರದ ಪ್ರದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಪೂರ್ಣ ನಿರ್ವಾತವೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಇಂಥ ನಿರ್ವಾತ ಪ್ರದೇಶದ ಮುಖಾಂತರ ಹಾಯ್ದು ನಮಗೆ ನಕ್ಷತ್ರಗಳಿಂದ ಪ್ರಕಾಶ ಬರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಪ್ರಕಾಶದ ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತೀಯ ತರಂಗಗಳು ನಿರ್ವಾತದಲ್ಲಿಯೂ ಕೂಡ ಸಂಚರಿಸ ಬಲ್ಲುವು ಎಂದಂತಾಯಿತು. ಆದರೆ, ಧ್ವನಿ ತರಂಗಗಳ ಸಾದೃಶ್ಯತೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಪ್ರಕಾಶದ ತರಂಗಗಳಿಗೆ ಕೂಡ ಪ್ರಸಾರಕ್ಕೆ ಒಂದು ಮಾಧ್ಯಮ ಅವಶ್ಯ ಬೇಕು ಎಂಬಂಶ ಸ್ಪಷ್ಟವಿದೆ. ಪ್ರಕಾಶದ ತರಂಗಗಳು ನಿರ್ವಾತದಲ್ಲಿ ಕೂಡ ಚಲಿಸಬಲ್ಲುವು ಎಂಬ ಸಂಗತಿಯನ್ನು ಮೇಲಿನ ವಿದ್ಯಮಾನದಿಂದ ಊಹಿಸಬಹುದಾದರೂ, ಧ್ವನಿ ತರಂಗಗಳ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಸಿದ್ಧವಾದ ಸಂಗತಿಗೆ ಆಗಿನ ಕಾಲದ ವಿಜ್ಞಾನಿಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಪ್ರಾಧಾನ್ಯತೆ ಕೊಟ್ಟರು. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಮಾಧ್ಯಮ ಯಾವುದು? ಒಂದು ಹೊಸ ಮಾಧ್ಯಮವನ್ನೇ ಕಲ್ಪಿಸಿದರು. ಅದಕ್ಕೆ ಈಥರ್ ಎಂದು ಹೆಸರಿಟ್ಟರು. ಇದು ಸಮಗ್ರ ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಪಿಸಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದರು. ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹಾರವಾದಂತೆ ತೋರಿತೇನೋ ನಿಜ, ಆದರೆ ಈ ಈಥರದ ಕಲ್ಪನೆ ತೀರ ಕೃತಕವಾದದ್ದು. ಇದರ ಗುಣಧರ್ಮಗಳೇನೆಂದು ಯಾರಿಗೂ ಗೊತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತೀಯ ತರಂಗಗಳ ಪ್ರಸಾರ ಇದರ ಅಸ್ತಿತ್ವವನ್ನು ಅಪ್ರತ್ಯಕ್ಷವಾಗಿ ಸಿದ್ಧಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಮಾತ್ರ ವಿಜ್ಞಾನಿಗಳು ಹೇಳುತ್ತಿದ್ದರು.

ಈ ರೀತಿ ಕಲ್ಪಿಸಿದ ಈಥರ್ ಒಂದು ಹೊಸ ಸಂಶಯಕ್ಕೂ ಎಡೆ ಗೊಟ್ಟಿತು. ನಾವು, ಈ ಮೊದಲು ನೋಡಿದಂತೆ, ಗೆಲಿಲಿಯನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಪ್ರಕಾಶದ ಪ್ರಸಾರ ನಿಯಮಕ್ಕೆ ಅನ್ವಯಿಸಿದಾಗ ಒಂದು ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ c ಇದ್ದರೆ ಇನ್ನೊಂದು (ಚಲಿಸುವ) ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ c ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾದರೆ ನಿಷ್ಕೃಷ್ಟವಾಗಿ c ಯಷ್ಟೇ ವೇಗ ವಿರುವ ಆ ವಿಶಿಷ್ಟ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟು ಎಲ್ಲೆಡೆ ವ್ಯಾಪಿಸಿದ ಈ ಹೊಸ ಈಥರ್ ಆಗಿರಬಹುದೆ? ಈ ವಿಚಾರವನ್ನೇ ಮುಂದುವರಿಸಿ, ನಮ್ಮ ಭೂಮಿ ಈಥರಕ್ಕೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುತ್ತದೆಂದೂ, ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ ಭೂಮಿಯ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ c ಯಿಂದ ಭಿನ್ನವಿರಬೇಕೆಂದೂ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರು ತರ್ಕಿಸಿದರು. ಇದನ್ನು ಪ್ರಯೋಗಗಳಿಂದ ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಮೈಕಲ್ಸನ್–ಮೋರ್ಲೆ ಅವರು ಈ ಮುಂದಿನ ಅತ್ಯಂತ ಮಹತ್ವದ ಪ್ರಯೋಗವನ್ನು ಕೈಕೊಂಡರು.

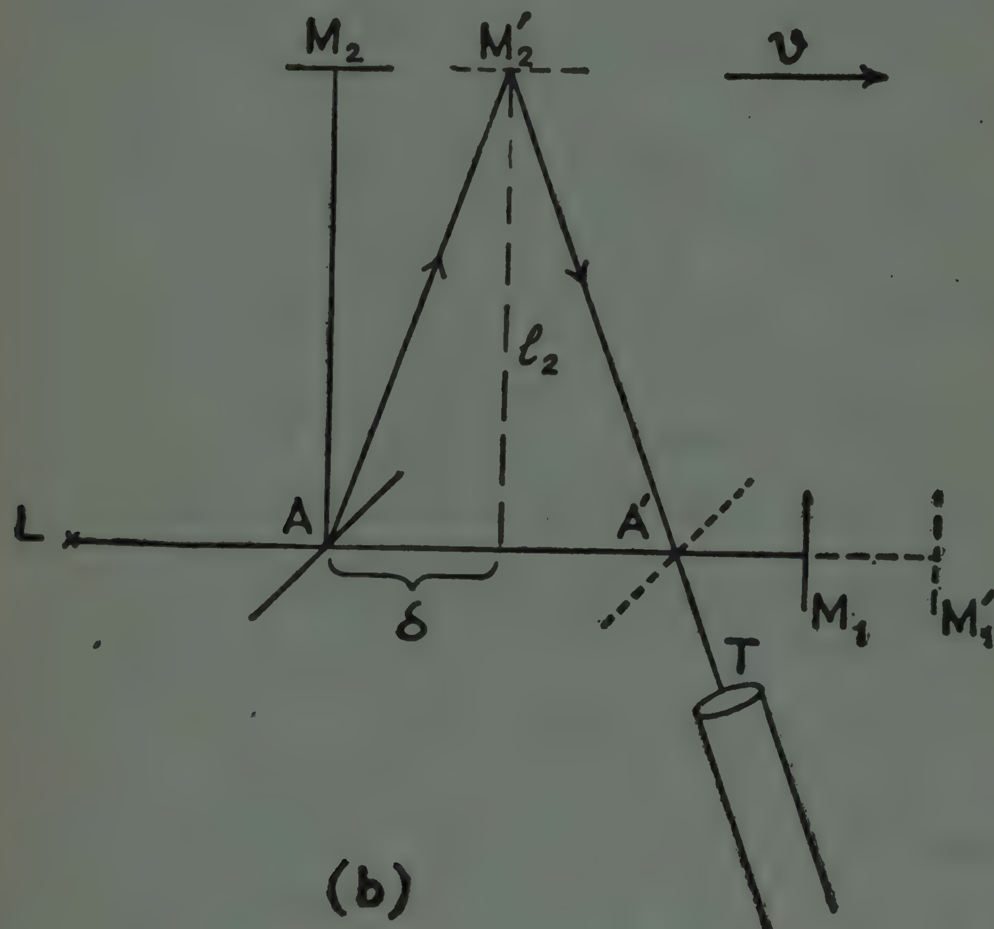


ಚಿತ್ರ 1

ಮೈಕಲ್ಸನ್-ಮೋರ್ಲೆ ಪ್ರಯೋಗ: ಚಿತ್ರ 1ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಪ್ರಕಾಶವನ್ನು ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಬೆಳ್ಳಿ ಲೇಪಿತವಾದ A ಗಾಜಿನಿಂದ ಎರಡು ಲಂಬ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಿ, ಅದು ಎರಡು ಸಾದಾ ಕನ್ನಡಿ M_1, M_2 ಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿಫಲಿತವಾಗುವಂತೆ ಯೋಜಿಸಿ, ಪ್ರತಿಫಲಿತ ಪ್ರಕಾಶದ ತರಂಗಗಳು A ಯಲ್ಲಿ ವ್ಯತಿಕರಣ (Interference) ಹೊಂದುವಂತೆ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಚಿತ್ರ (a) ವನ್ನು, ಭೂಮಿ ಮತ್ತು ಉಪಕರಣ, ಈಥರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ, ನಿಶ್ಚಲವಿರುತ್ತವೆಂದು ಗ್ರಹಿಸಿ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಮತ್ತು (b) ಯನ್ನು ತೆಗೆಯುವಲ್ಲಿ ಅವು ಬಲಗಡೆಗೆ *v* ಸ್ಥಿರ ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿವೆ ಎಂದು ಗ್ರಹಿಸಲಾಗಿದೆ. (*a*) ದಲ್ಲಿ, ಪ್ರಕಾಶದ ಆಕರ L ದಿಂದ ಹೊರಟ ಪ್ರಕಾಶ ಕಿರಣ A ಮೇಲೆ ಬೀಳುತ್ತದೆ. A ಬೆಳ್ಳಿಯಿಂದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಲೇಪಿತವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಪ್ರಕಾಶದ ಕೆಲ ಭಾಗ ಪ್ರತಿಫಲಿತವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಕೆಲ ಭಾಗ ಪಾರಂಗಮಿಸುತ್ತದೆ. M_2 ಕನ್ನಡಿಯ ಕಡೆಗೆ ಹೋಗುವ ಕಿರಣ ಪ್ರತಿಫಲಿತವಾದುದು ಮತ್ತು AM_1 ಕಿರಣ ಪಾರಂಗತವಾದುದು.

AM_1, AM_2 ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿ ಹೊರಟ ಕಿರಣ ಪುಂಜಗಳು M_1 ಮತ್ತು M_2 ಕನ್ನಡಿಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿಫಲಿತವಾಗಿ ಪುನಃ A ಯಲ್ಲಿ ಸಂಗಮಿಸುವವು. ಆಗ ವ್ಯತಿಕರಣ ವಿದ್ಯಮಾನಕ್ಕೆ ಬೇಕಾದ ನಿಬಂಧನೆಗಳು ಪಾಲಿಸಲ್ಪಡುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಈ ಕಿರಣ ಪುಂಜಗಳು ಟೆಲೆಸ್ಕೋಪ್ T ಯಲ್ಲಿ ವ್ಯತಿಕರಣ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಈಗ, ಮೊದಲು ಚಿತ್ರ (a) ವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸೋಣ. AM_1 ಮತ್ತು AM_2 ದೂರಗಳು ಒಂದೇ ಇರುತ್ತವೆಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಈಗ, ಇಡೀ ಉಪಕರಣವನ್ನು ಆಕೃತಿಯ ಸಮತಲದಲ್ಲಿ 90° ಯಷ್ಟು ತಿರುಗಿಸಿ, M_1 ಮತ್ತು M_2 ತಮ್ಮ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡುವಂತೆ ಯೋಜಿಸಿದರೆ, ವ್ಯತಿಕರಣ ವಿನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಏನೂ ಬದಲಾವಣೆಯಾಗಲಾರದು, ಏಕೆಂದರೆ, M_1, M_2 ಕನ್ನಡಿಗಳು ಸ್ಥಾನ ಬದಲಾಯಿಸಿದರೂ, AM_1, AM_2 ಅಂತರಗಳು ಅಷ್ಟೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಪ್ರಕಾಶವು ಎರಡೂ ಲಂಬ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಏನೂ ಹೆಚ್ಚು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಆದರೆ ಆಕೃತಿ (b) ಯಲ್ಲಿ ತಿಳಿದಂತೆ ಉಪಕರಣ, ಈಥರಕ್ಕೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ ಚಲಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ ಎರಡೂ ಪುಂಜಗಳು (AM_1AT ಮತ್ತು



ಚಿತ್ರ 1

AM_2AT) ಕ್ರಮಿಸುವ ಅಂತರಗಳು ಅಷ್ಟಪಷ್ಟೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ A ದಿಂದ ಹೊರಟ ಪ್ರಕಾಶ ಕನ್ನಡಿಗೆ ತಲುಪಿ ಮರಳಿ ಬರುವಷ್ಟರಲ್ಲಿ ಇಡಿ ವ್ಯವಸ್ಥೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಮುಂದೆ ಹೋಗಿರುತ್ತದೆ. ಈಗ ಒಂದು ಪುಂಜ $AM'_1A'T$ ಪಥವನ್ನೂ, ಇನ್ನೊಂದು $AM'_2A'T$ ಪಥವನ್ನೂ ಕ್ರಮಿಸುತ್ತವೆ.

ಈಗ ಭೂಮಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಜೊತೆ ಉಪಕರಣ ಈಥರಕ್ಕೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ AM_1 ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ v ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿವೆ ಎಂದು ಗ್ರಹಿಸೋಣ. ಆಗ ಉಪಕರಣಕ್ಕೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ AM_1 ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ

$(c-v)$ ಮತ್ತು M_1A ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ $(c+v)$ ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ AM_1A' ಈ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಒಟ್ಟು ಕಾಲವು

$$t_1 = \frac{l_1}{c-v} + \frac{l_1}{c+v} = \frac{2l_1/c}{1-v^2/c^2}$$

AM_2 ದಿಕ್ಕು, ಉಪಕರಣ ಚಲಿಸುವ ದಿಕ್ಕಿಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವದರಿಂದ ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ ಮೇಲಿನಂತೆ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ; c ಆಗಿಯೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂತೆ, ಪ್ರಕಾಶ A ದಿಂದ M_2 ಗೆ ಹೋಗುವಷ್ಟರಲ್ಲಿ ಉಪಕರಣ ಮತ್ತು ಕನ್ನಡಿ ಮುಂದೆ ಹೋಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಅವು δ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲಿ; ಆಗ AM'_2A' ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ವೇಳೆಯನ್ನು ಹೀಗೆ ಪರಿಕಲಿಸಬಹುದು.

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯಿಂದ,

$$\frac{\delta}{\sqrt{l^2_2+\delta^2}} = \frac{v}{c}$$

ಎಂಬುದು ಸಿದ್ಧವಾಗುತ್ತದೆ, ಹೇಗೆಂದರೆ, ಪ್ರಕಾಶ $\sqrt{l^2_2+\delta^2}$ ದೂರ ಹೋಗುವ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಉಪಕರಣ δ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ

$$\frac{\delta^2}{l_2^2+\delta^2} = \frac{v^2}{c^2}$$

$$\therefore \quad \delta^2 = \frac{v^2}{c^2}\,(l_2^2+\delta^2)$$

$$\text{ಅಥವಾ } \delta^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{v^2}{c^2}\cdot l_2^2$$

$$\therefore \quad \delta = \frac{v}{c}\frac{l_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

ಆದುದರಿಂದ $\delta = \frac{v}{c} \cdot \sqrt{l_2^2+\delta^2} = \frac{v}{c} \cdot \frac{l_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

ಕಾರಣ $\sqrt{l_2^2+\delta^2} = \frac{l_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = l_2^*$ ಎಂದಿರಲಿ.

ಈ ದೂರವೇ AM'_2. ಆದುದರಿಂದ ಈ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ಪ್ರಕಾಶಕ್ಕೆ $\frac{l_2/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ ಸಮಯ ತಗಲುವುದು ಮತ್ತು $M_2'A'$ ಕೂಡ AM_2'ದಷ್ಟೇ ಇರುವುದರಿಂದ, ಪ್ರಕಾಶಕ್ಕೆ $AM_2'A'$ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ತಗುಲಿದ ಕಾಲವು $t_2 = \frac{2l_2/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ ಎಂದಾಗುವುದು.

ಈಗ ಇಡೀ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು A ದಲ್ಲಿಯ ಭೂ ಲಂಬದ ಸುತ್ತ 90° ತಿರುಗಿಸಿದರೆ, ಪ್ರಕಾಶ ಪುಂಜಗಳಿಗೆ ತಗಲುವ ಕಾಲಗಳು

$$\bar{t}_1 = \frac{2l_1/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \qquad \bar{t}_2 = \frac{2l_2/c}{1-v^2/c^2}$$

ಆಗುತ್ತವೆ; ಏಕೆಂದರೆ ಈಗ l_1 ಮತ್ತು l_2ಗಳು v ಗೆ ಲಂಬ ಹಾಗೂ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇಡೀ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು 90° ತಿರುಗಿಸುವ ಮುನ್ನ

$$\triangle t = t_1 - t_2 = \frac{2/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \cdot \left(\frac{l_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - l_2\right)$$

ಎಂದೂ, ಮತ್ತು 90° ತಿರುಗಿಸಿದನಂತರ

$$\triangle \bar{t} = \bar{t}_1 - \bar{t}_2 = \frac{2/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \left(l_1 - \frac{l_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)$$

ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಇಡೀ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು

ತಿರುಗಿಸುವುದರಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ Δt ಯಲ್ಲಿಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು :

$$\Delta \bar{t} - \Delta t = -\frac{2/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}(l_1+l_2)\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1\right)$$

ಈ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ v ಇದು ಭೂಮಿಯು ಸೂರ್ಯನ ಸುತ್ತಲೂ ತಿರುಗುತ್ತಿರುವ ವೇಗ; ಅಂದರೆ ಸೆಕಂದಿಗೆ ಸುಮಾರು 19 ಮೈಲುಗಳು. ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ c, 186000 ಮೈಲು/ಸೆಕೆಂದ್. ಆದ್ದರಿಂದ v/c ಈ ಅನುಪಾತ ಅಂದಾಜಾಗಿ 10^{-4} ನಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ. ಕಾರಣ, $(v/c)^2$, 10^{-8} ದರ್ಜೆಯದಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿಯ ಬಲಭಾಗವನ್ನು $\left(\frac{v}{c}\right)^2$ ದರ್ಜೆಯ ವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿದರೆ ಸಾಕು (ಅಂದರೆ, ಇದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ದರ್ಜೆಯ ಪದಗಳು ಉಪೇಕ್ಷಣೀಯವಾಗುತ್ತವೆ). ಆದ್ದರಿಂದ,

$$\Delta \bar{t} - \Delta t = -\frac{2}{c}(l_1+l_2)\left[(1-v^2/c^2)^{-1} - \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right]$$

$$\cong -\frac{2}{c}(l_1+l_2)\left[(1+v^2/c^2) - (1+\tfrac{1}{2}v^2/c^2)\right]$$

$$= -\frac{2}{c}(l_1+l_2)\ (\tfrac{1}{2}v^2/c^2)$$

$$= -\frac{1}{c}(l_1+l_2)\frac{v^2}{c^2}$$

Δt ದಲ್ಲಿಯ ಈ ವ್ಯತ್ಯಾಸದಿಂದಾಗಿ ಟೆಲೆಸ್ಕೋಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯತಿಕರಣ ವಿನ್ಯಾಸ

ಪಲ್ಲಟಗೊಳ್ಳಬೇಕು. ಈ ಪಲ್ಲಟದ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಹೀಗೆ ಪರಿಕಲಿಸಬಹುದು : ಈಗ ವ್ಯತಿಕರಣ ವಿನ್ಯಾಸದ ರೇಖೆಗಳ (fringes) ಹರವು s ಎಂದಿರಲಿ. T, ಪ್ರಕಾಶದ ಆಂದೋಲೀಯ ಆವರ್ತಕಾಲವಾದರೆ, ಮತ್ತು γ ಆವರ್ತಸಂಖ್ಯೆ ಯಾದ್ರರೆ, $T = \frac{1}{\gamma}$. $(\Delta \bar{t} - \Delta t)$ ಈ ಸಮಯವನ್ನು ಒಂದು ಆವರ್ತಕಾಲದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಅದು $\frac{\Delta s}{s}$ ಕ್ಕೆ ಸರಿ ಇರಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ Δs ವ್ಯತಿಕರಣ ವಿನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಆಗಬಹುದಾದ ಪಲ್ಲಟ. ಆದ್ದರಿಂದ

$$\frac{\Delta s}{s} = -\frac{\gamma}{c}(l_1 + l_2)\frac{v^2}{c^2}$$

ಈಗ, ಗೋಚರಿಸುವ ಪ್ರಕಾಶದ ತರಂಗ ದೂರ λ ವು ಅಂದಾಜಾಗಿ 5000 A ಎಂದು ಗ್ರಹಿಸಿದರೆ, $\gamma\lambda = c$ ಎಂದಿರುವುದರಿಂದ,

$$\frac{\gamma}{c} = \frac{1}{\lambda} = \frac{10^8}{5000} = 2 \times \quad ^4$$

$$\text{ಕಾರಣ, } \frac{\Delta s}{s} = -(l_1 + l_2) \times 2 \times 10^4 \times 10^{-8}$$

$$= \frac{-(l_1 + l_2)}{5 \times 10^3} \text{ cm.}$$

$(l_1 + l_2)$ ಹಲವಾರು ಮೀಟರುಗಳಷ್ಟಿದ್ದರೆ $\frac{\Delta s}{s}$, 0.2 cm. ದರ್ಜೆಯ ದಾಗಿ ಆಗುವುದರಿಂದ, ವ್ಯತಿಕರಣ ವಿನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಪಲ್ಲಟವಾ ಗಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಗುರುತಿಸಬಹುದಾಗಿತ್ತು; ಏಕೆಂದರೆ, ಪ್ರಯೋಗದ ಸೂಕ್ಷ್ಮ ವೇದಿತ್ವ ಸಾಕಷ್ಟಿತ್ತು ಮತ್ತು ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ ಅಡಕವಾಗಿರಬಹುದಾದ ಲೋಪದೋಷಗಳು ಈ ಪಲ್ಲಟವನ್ನು ಮರೆಮಾಡುವಷ್ಟಿರಲಿಲ್ಲ. ಆದರೂ ಈ ನಿರೀಕ್ಷಿಸಿದ ಪಲ್ಲಟ ಕಂಡು ಬರಲಿಲ್ಲ. ಮೈಕಲ್ಸನ್–ಮೋರ್ಲೆ ಪ್ರಯೋಗವನ್ನು ಇಡೀ ವರ್ಷಕಾಲ ನಡೆಯಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ. ಭೂಮಿ ಒಂದು

ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಸೂರ್ಯನ ಸುತ್ತಲೂ ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಪರಿಭ್ರಮಣ ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಪ್ರತಿ ಆರು ತಿಂಗಳಿಗೊಮ್ಮೆ ಭೂಮಿಯ ಮೇಲಿರಿಸಿದ ಮೈಕಲ್‌ಸನ್–ಮೋರ್ಲೆ ಉಪಕರಣ ತನ್ನ ಮೊದಲಿನ ದಿಶೆಗೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿ ಹೊರಟಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಸಂಗತಿ ವ್ಯತಿಕರಣ ವಿನ್ಯಾಸ ಪಲ್ಲಟದಲ್ಲಿ ಏನಾದರೂ ಪರಿಣಾಮವನ್ನುಂಟು ಮಾಡಬಹುದೆ ಎಂದು ಮೈಕಲ್‌ಸನ್–ಮೋರ್ಲೆ ಅವರು ಪ್ರಯೋಗವನ್ನು ಪುನಃ ಆರು ತಿಂಗಳುಗಳ ನಂತರ ಮಾಡಿದರು. ಆಗ ಕೂಡ ಏನೂ ಪಲ್ಲಟ ಕಂಡು ಬರಲಿಲ್ಲ. ಈ ಪ್ರಯೋಗದ ಸೂಕ್ಷ್ಮವೇದಿತ್ವವನ್ನು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ಇವರಲ್ಲದೇ ಎಷ್ಟೋ ಜನರು ಈ ಪ್ರಯೋಗವನ್ನು ಮಾಡಿದರೂ ನಿರೀಕ್ಷಿಸಿದ ಪರಿಣಾಮ ಬರಲಿಲ್ಲ.

ಇತ್ತೀಚೆ ಅನೇಕರು ಮೈಕಲ್ಸನ್ ಪ್ರಯೋಗವನ್ನು ಪುನರಾವೃತ್ತಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಅವರ ಪ್ರಯೋಗಗಳಲ್ಲಿ ಕೂಡ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ವ್ಯತಿಕರಣ ವಿನ್ಯಾಸ ಪಲ್ಲಟ ಕಂಡು ಬಂದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಇನ್ನೂ ಹಲ ಕೆಲವರು ಮೈಕಲ್ಸನ್–ಮೋರ್ಲೆ ಅವರ ಶೂನ್ಯ ಫಲಿತ ತಪ್ಪೆಂದು ವಾದಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಇಂಥವರಲ್ಲಿ ಪ್ರಮುಖ ಪ್ರಯೋಗಕಾರ ಮಿಲರ್ ಎಂಬವನು. ಅವನ ಪ್ರಕಾರ ಮೈಕಲ್ಸನ್–ಮೋರ್ಲೆ ಉಪಕರಣ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು 90° ತಿರುಗಿಸಿದಾಗ ವ್ಯತಿಕರಣ ವಿನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಪಲ್ಲಟ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಮಿಲರ್‌ನ ಫಲಿತ ನಂಬಲರ್ಹವಾದುದಲ್ಲವೆಂದು ಬಾರ್ನ್ ಅವರು ಸಾರಿದ್ದಾರೆ. ಏಕೆಂದರೆ, ಅವರು ಮಿಲರ್‌ನ ಉಪಕರಣವನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸಿ ಅದು ತೀರ ಅಭದ್ರವಾಗಿತ್ತು ಎಂದು ಅಭಿಪ್ರಾಯ ಪಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ. ಹೀಗಾಗಿ ಮೈಕಲ್ಸನ್–ಮೋರ್ಲೆ ಅವರ ಪ್ರಯೋಗದ ಶೂನ್ಯ ಫಲಿತಾಂಶ ಸರಿಯಾದುದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಹಾಗಾದರೆ ಮೈಕಲ್ಸನ್–ಮೋರ್ಲೆ ಅವರ ಪ್ರಯೋಗದ ಫಲಿತದ ಅರ್ಥವೇನು ? ಈಥರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಭೂಮಿಯ ಚಲನೆಯ ವೇಗವನ್ನು ಅಳೆಯಲಾಗದು. ಭೂಮಿಯ ಮೇಲಿರಿಸಿದ ಮೈಕಲ್ಸನ್–ಮೋರ್ಲೆ ಅವರ ಉಪಕರಣ ಯಾವುದೇ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುತ್ತಿದ್ದರೂ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ ಹೆಚ್ಚು ಕಡಿಮೆ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ, ಈ ಹಿಂದೆ ಹೇಳಿದಂತೆ, ಗೆಲಿಲಿಯನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗವನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಕಲಿಸಿದಾಗ ಅದು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ.

ಮೈಕಲ್ಸನ್-ಮೋರ್ಲೆ ಅವರ ಪ್ರಯೋಗದಿಂದಾದರೊ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ ಎರಡೂ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿ (ಆಕೃತಿ 1 ನೋಡಿರಿ) ಒಂದೇ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಖಚಿತವಾಗಿ ಗೊತ್ತಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಗೆಲಿಲಿಯನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳು ಪ್ರಕಾಶದ ಪ್ರಸಾರಕ್ಕೆ ಅನ್ವಯಿಸದಿರಬಹುದೆ ? ಇಲ್ಲವೆ ವಿದ್ಯುದ್ಗತಿ ಶಾಸ್ತ್ರವು ಕೊಡುವ ಪ್ರಕಾಶ ಪ್ರಸಾರ ನಿಯಮವೇ ತಪ್ಪಿರಬಹುದೆ ? ಅಥವಾ ಇನ್ನೇನಾದರೂ ಬೇರೆ ಕಾರಣವಿದೆಯೆ ?

ಮೈಕಲ್ಸನ್-ಮೋರ್ಲೆ ಅವರ ಪ್ರಯೋಗದ ಶೂನ್ಯ ಫಲಿತವನ್ನು ಅರ್ಥೈಸುವುದು ಕಠಿಣವಾದ ಸಮಸ್ಯೆಯಾಗಿ ಪರಿಣಮಿಸಿತು. ಇದರ ಬಗ್ಗೆ ಎಷ್ಟೋ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರು ವಿಚಾರ ಮಾಡತೊಡಗಿದರು. ಇವರಲ್ಲೆಲ್ಲ ಅತ್ಯಂತ ಪ್ರಮುಖರಾದವರು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್. ಸಮಸ್ಯೆಯ ಅವರ ಆಳವಾದ ಅಭ್ಯಾಸದ ಫಲವಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡಿತು. ಈ ಪರಿಹಾರದೊಡನೆ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ, ಅದೇಕೆ, ಸಾಮಾನ್ಯ ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿಯೂ, ಒಂದು ಹೊಸ ಮನ್ವಂತರ ಪ್ರಾರಂಭವಾಯಿತು.

ಅಧ್ಯಾಯ 3

ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ

(Special Theory of Relativity)

ಮೈಕಲ್ಸನ್-ಮೋರ್ಲೆ ಪ್ರಯೋಗ ತಂದೊಡ್ಡಿದ ಸಮಸ್ಯೆ ಮತ್ತು ಪರಿಹಾರ

ಮೈಕಲ್ಸನ್–ಮೋರ್ಲೆ ಅವರ ಪ್ರಯೋಗದ ಶೂನ್ಯ ಫಲಿತಾಂಶವು ವಿಜ್ಞಾನಕ್ಕೆ ಒಂದು ಒಗಟಾಗಿ ಪರಿಣಮಿಸಿತ್ತು. ಈಗ ಈ ಬಿಕ್ಕಟ್ಟನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಮಾಡಿದ ಪ್ರಯತ್ನಗಳನ್ನು ವಿವೇಚಿಸೋಣ.

ಮೈಕಲ್ಸನ್–ಮೋರ್ಲೆ ಪ್ರಯೋಗದ ಶೂನ್ಯ ಫಲಿತಾಂಶದಿಂದ ಉದ್ಭವಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಯ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಮಾಡಬಹುದು.

ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಾಪೇಕ್ಷವೇಗವಿರುವ ಎರಡು ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಇರಬಹುದು ಎಂದು ಗೆಲಿಲಿಯನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಪ್ರಕಾಶದ ಪ್ರಸಾರ ನಿಯಮಕ್ಕೆ ಅನ್ವಯಿಸಿದಾಗ ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಈ ಮೊದಲು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಯಾವುದೊಂದು ‘ ನಿಶ್ಚಲ ’ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ c ಇದ್ದರೆ, ಈ ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ v ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವ ಜಡಚೌಕಟ್ಟಿನ ಚಲನೆಯ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿಯೇ ಪ್ರಕಾಶ ಚಲಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ $(c+v)$ ಆಗುತ್ತದೆಂದೂ, ಮತ್ತು ಆ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಚಲನೆಯ ವಿರುದ್ಧ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಾಶ ಚಲಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವೇಗ $(c-v)$ ಆಗುತ್ತದೆಂದೂ ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಸಂಗತಿ ಸರಿಯಾದುದೆ ಎಂದು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಹಿಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ವರ್ಣಿಸಿದ ಮೈಕಲ್ಸನ್–ಮೋರ್ಲೆ ಪ್ರಯೋಗ

ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿತು. ಈ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ 'ನಿಶ್ಚಲ' ಚೌಕಟ್ಟು ಈಥರ್ ಎಂದೂ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ ಎಲ್ಲ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲೂ c ಇರುತ್ತದೆಂದೂ ತಿಳಿಯಲಾಗಿತ್ತು. v ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುವ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟು ನಮ್ಮ ಭೂಮಿ. ಮೈಕಲ್ಸನ್–ಮೋರ್ಲೆ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ (ಆ. 1 (b) ನೋಡಿರಿ.) ಭೂಮಿಯು ಚಲಿಸುವ ದಿಶೆ $\overrightarrow{AM_1}$ ಎಂದು ಗ್ರಹಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಾಶವು ಚಲಿಸುವಾಗ, ಈಥರಕ್ಕೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ $(c+v)$ ಇರಬೇಕು; ಅಥವಾ, ಉಪಕರಣ ಕೂಡ v ವೇಗದಿಂದ ಅದೇ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ, ಉಪಕರಣಕ್ಕೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ $(c-v)$ ಇರಬೇಕು. ಇದೇರೀತಿ, $\overrightarrow{M_1A}$ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಈಥರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ $(c-v)$, ಅಥವಾ ಉಪಕರಣಕ್ಕೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ $(c+v)$ ಎಂದು ಇರಬೇಕು. ಈಥರ್ ಚೌಕಟ್ಟು ಸ್ಥಿರವಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ ವೇಗಗಳನ್ನು ಅಳೆದರೆ ಅವು 'ನಿರಪೇಕ್ಷ' ವೇಗಗಳೆನಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ ಎಂದು ಗ್ರಹಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಈ ವಿಚಾರ ಸರಿ ಆದದ್ದೇ ಇದ್ದರೆ, ಮೈಕಲ್ಸನ್–ಮೋರ್ಲೆ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ ಉಪಕರಣದ ಇಡೀ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನೇ 90° ತಿರುಗಿಸಿದಾಗ ವ್ಯತಿಕರಣ ವಿನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ v ಗೆ ಅನುಗಣವಾದ ಪಲ್ಲಟ ಕಂಡು ಬರಬೇಕು. ಹಾಗೆ ಆದುದು ಖಂಡಿತ ಕಂಡು ಬಂದಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾದರೆ ಇದರ ಅರ್ಥವೇನು? ಈ ಶೂನ್ಯ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಅರ್ಥೈಸುವುದು ಹೇಗೆ?

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನರು ಕೊಟ್ಟ ಪರಿಹಾರದ ಮುನ್ನ ಲಾರೆಂಝನದೂ ಒಂದು ಪರಿಹಾರ–ಸೂಚನೆ ಇದ್ದಿತು. ಲಾರೆಂಝನ ಪ್ರಕಾರ, ಸರಳ ದಂಡವೊಂದು ಒಂದು ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುತ್ತಿದ್ದು, ಅದರ ಉದ್ದ ಚಲಿಸುವ ದಿಶೆಗೆ ಸಮಾಂತರವಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಉದ್ದ ಳತೆ ಕುಗ್ಗುತ್ತದೆ; ಚಲನೆಯಿಲ್ಲದಾಗಿನ ಉದ್ದ l ಇದ್ದರೆ, v ವೇಗದ ಚಲನೆಯಿರುವಾಗ ಅದರ ಉದ್ದ $l\sqrt{1-v^2/c^2}$ ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ (c, ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ). ಆದರೆ ಚಲಿಸುವ ದಿಶೆಗೆ ಲಂಬವಿರುವ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುವ ಕಾಯದ ಗಾತ್ರದಲ್ಲಿ ಏನೂ ಬದಲಾವಣೆಯಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ವಾದವನ್ನು ಮೈಕಲ್ಸನ್–ಮೋರ್ಲೆ

ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿಯ l_1, l_2 ಉದ್ದಳತೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವಾ. l_1 ಇದು ಭೂ–ಚಲನೆಯ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿದ್ದಾಗ ಅದು $l_1\sqrt{1-v^2/c^2}$ ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಉಪಕರಣ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು 90° ತಿರುಗಿಸಿದ ಮೇಲೆ l_2 ಭೂ–ಚಲನೆಯ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಬರುವುದರಿಂದ ಆಗ ಅದರ ಉದ್ದ $l_2\sqrt{1-v^2/c^2}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಈ 'ಕುಗ್ಗಿದ' ಉದ್ದಗಳನ್ನು Δt ಮತ್ತು $\Delta \bar{t}$ ಗಳ ಉಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದರೆ, $\Delta t = \dfrac{2/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}(l_1-l_2)$

ಎಂದೂ, ಹಾಗೂ $\Delta \bar{t} = \dfrac{2/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}(l_1-l_2)$

ಎಂದೂ ಬರುತ್ತವೆ. ಕಾರಣ $\Delta t - \Delta \bar{t} = 0$. ಆದುದರಿಂದ ಉಪಕರಣ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು 90° ತಿರುಗಿಸಿದಾಗ, ವ್ಯತಿಕರಣ ವಿನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಏನೂ ಬದಲಾವಣೆ ಆಗದು.

ಲಾರೆಂಟ್ಝನ ಪರಿಹಾರ ತೋರಿಕೆಗೆ ಮೈಕಲ್ಸನ್-ಮೋರ್ಲೆ ಪ್ರಯೋಗದ ಶೂನ್ಯ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ನಿಜ. ಆದರೆ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂತೆ ಉದ್ದಳತೆಗಳ ಕುಗ್ಗುವಿಕೆಗೆ ಯಾವ ಸೈದ್ಧಾಂತಿಕ ಋಜುವಾತ್ತೇ ಇಲ್ಲ. ಇದು ಕೇವಲ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಲೆಂದೇ ಗ್ರಹಿಸಿದ ವಿದ್ಯಮಾನವಾಗಿದೆ. ಅಲ್ಲದೆ, ಈ ವಿದ್ಯಮಾನ ಯಾವುದೇ ನೇರ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಫಲಿತವೂ ಅಲ್ಲ. ಹೀಗಾಗಿ ಮೈಕಲ್ಸನ್–ಮೋರ್ಲೆ ಪ್ರಯೋಗದ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಅರ್ಥೈಸುವ ಈ ಪ್ರಯತ್ನ ಅತೃಪ್ತಿಕರವೆಂದೇ ಹೇಳಬೇಕು.

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನರು ಸೂಚಿಸಿದ ಪರಿಹಾರ ಬೇರೆಯೇ ಇದ್ದಿತು. ಮೊಟ್ಟಮೊದಲು ಅವರು ಈಥರದ ಗೊಡವೆಯನ್ನೇ ಬಿಟ್ಟುಕೊಟ್ಟರು. ಅದು ಇರುತ್ತದೋ ಇಲ್ಲವೋ ಎಂಬುದರ ಗೋಜಿಗೇನೇ ಹೋಗಲಿಲ್ಲ. ಐನ್‌ಸ್ಟೈನರ ವಿಚಾರಸರಣಿ ಹೀಗಿದ್ದಿತು : ಪ್ರಯೋಗದ ಫಲಿತಾಂಶದಲ್ಲಿ ನಾವು ಪೂರ್ಣ ನಂಬಿಗೆ ಇಡಬೇಕು. ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ c ಇರುವಂತೆ ಈಥರ್ ಸ್ಥಿರ ಚೌಕಟ್ಟನ್ನೊದಗಿಸುವುದೆಂದು ಭಾವಿಸಿ ಭೂಮಿಯ

ಸಾಪೇಕ್ಷ ವೇಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಲಿಲ್ಲ ಎಂದ ಮೇಲೆ, ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ ಎಲ್ಲ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲೂ ಸಮನಾಗಿ ಇರಬಹುದಾದ ಯಾವುದೋ ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಚೌಕಟ್ಟು ಇದೆ ಎಂಬ ಭ್ರಮೆಯನ್ನೇ ಬಿಟ್ಟುಕೊಡಬೇಕು. ಅಲ್ಲದೆ, ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ ಅದರ ಆಕರದ ವೇಗವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬೇಕು. ಇನ್ನು, ವಿದ್ಯುದ್ಗತಿ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿಯೂ ಯಾವ ಲೋಪದೋಷಗಳೂ ಇಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ, ಎಷ್ಟೋ ಇನ್ನಿತರ ಘಟನೆಗಳನ್ನೂ ಅದೇ ಶಾಸ್ತ್ರದನ್ವಯ ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಿಸಬಹುದು. ಹಾಗಾದರೆ, ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಮೂಲಾಧಾರದಂತಿದ್ದ ತತ್ವ 'ಎಲ್ಲ ಘಟನೆಗಳನ್ನು ಯಾವುದೇ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಾಗಲೀ ಒಂದೇ ತೆರನಾಗಿ ವಿವರಿಸಬಹುದು' ಎಂಬುದೇ ತಪ್ಪಿರಬಹುದೆ? ಅಥವಾ ಈ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ತತ್ವವು ವಿದ್ಯುದ್ಗತಿ ಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಅನ್ವಯಿಸುವುದಿಲ್ಲವೆ? ಹಾಗೇನೂ ಇಲ್ಲ— ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದವೂ ಸರಿಯೆ, ಅದು ವಿದ್ಯುದ್ಗತಿ ಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ. ಇನ್ನು ಉಳಿದದ್ದು ಯಾವುದು ಹಾಗಾದರೆ? ಎರಡು ಜಡಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಘಟನೆಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳು. ಈ ಗೆಲಿಲಿಯನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳು ಸರಿ ಇರಲಿಕ್ಕಿಲ್ಲ.

ಪುನಃ ಗೆಲಿಲಿಯನ್ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಬರೆಯೋಣ;

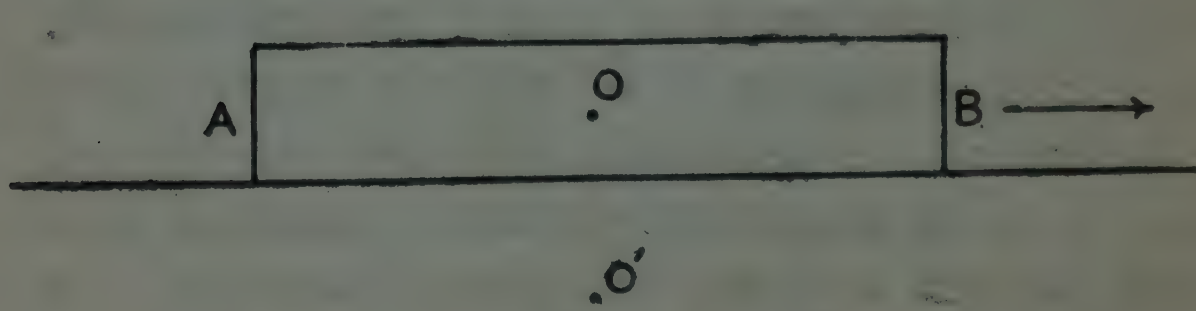
$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t.$$

ಈ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದರೆ. $t' = t$ ಎಂಬ ಕಾಲಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸೂತ್ರ ಎರಡೂ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ (S ಮತ್ತು S' ಎಂಬ, ಸಾಪೇಕ್ಷ ಸಮರೂಪಿ ಚಲನೆಯುಳ್ಳ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ) ಕಾಲವು ಒಂದೇ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಮೇಲಿನ ವಾದಸರಣಿಯಂತೆ, ಗ್ಯಾಲಿಲಿಯನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳು ಸರಿ ಇಲ್ಲವೆಂದು ಕಂಡುಬಂದಿದೆ. ಈ ಸೂತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲಿನ ಮೂರು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯವಾಗಿ, ಭೌತಿಕವಾಗಿ ಸರಿ ಇರಲೇಬೇಕೆಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಿದೆ. ಕಾರಣ $t' = t$ ಈ ಸೂತ್ರವೇ ಸರಿ ಇರಲಾರದು. ಆದುದರಿಂದ ಕಾಲದ ಬಗೆಗಿನ ಈ ಹಳೆಯ ವಿಚಾರವನ್ನು ಬಿಟ್ಟುಕೊಡಬೇಕು ಎಂದಾಯಿತು. ಈ ನಿರ್ಧಾರಕ್ಕೆ ಬರುವ ಮುನ್ನ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನು ಅವಕಾಶ, ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಮತ್ತು

ಕಾಲ ಇವುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಆಳವಾದ ಅಭ್ಯಾಸವನ್ನು ಕೈಕೊಂಡು ಈ ನಿರ್ಧಾರ ಅನಿವಾರ್ಯವೆಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಿದ್ದನು.

ಕಾಲದ ಸಾಪೇಕ್ಷತೆ : ಕಾಲದ ಬಗ್ಗೆ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನು ಮಂಡಿಸಿದ ವಿಚಾರವು ವಿಜ್ಞಾನ ಯುಗದಲ್ಲಿ ವಿಚಾರ ಕ್ರಾಂತಿಯನ್ನೇ ಮಾಡಿತು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಅವನ ಪ್ರಕಾರ, ಸಾಪೇಕ್ಷ ಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಇಬ್ಬರು ವೀಕ್ಷಕರಿಗೆ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಒಬ್ಬನ ಏಕಕಾಲತ್ವ (Simultaneity) ಇನ್ನೊಬ್ಬನದಾಗ ಲಿಕ್ಕಿಲ್ಲ. ಅಂದರೆ, ಒಬ್ಬ ವೀಕ್ಷಕನ ಪ್ರಕಾರ ಏಕ ಕಾಲಕ್ಕೆ ನಡೆದ ಘಟನೆಗಳು ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಇನ್ನೊಬ್ಬ ವೀಕ್ಷಕನಿಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಕಾಲಕ್ಕೆ ನಡೆದ ಘಟನೆಗಳಾಗಿ ಪರಿಣಮಿಸಬಹುದು. ಈ ವಿಚಾರವನ್ನು ಗ್ರಹಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಒಪ್ಪುವುದು ದುಸ್ತರ. ಏಕೆಂದರೆ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕಾಲದ ಬಗ್ಗೆ ಇರುವ ನಮ್ಮ ವಿಚಾರಗಳು, ಈ ಹೊಸ ವಿಚಾರಕ್ಕೆ ತೀರ ವ್ಯತಿರಿಕ್ತ. ಕಾಲದ ಬಗೆಗಿನ ನಮ್ಮ ಕಲ್ಪನೆಗಳು ಯುಗ ಯುಗಗಳಿಂದಲೂ ರಕ್ತಗತವಾಗಿ ಬಂದಂತಹವು. ಒಮ್ಮೆಲೇ ಅವುಗಳನ್ನು ನಮ್ಮ ತಲೆಯಿಂದ ಹೊಡೆದು ಹಾಕುವುದು ಬಹಳ ಕಷ್ಟ. ಹಳೆಯ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ತೊಡೆದು ಹಾಕಿ ಕ್ರಾಂತಿಕಾರಕ ಹೊಸ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಮೂಡಿಸಲು ಮಾಡಿದ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ಪ್ರಯತ್ನ ಅವನ ಮಹತ್ಸಾಧನೆ. ಈ ಹೊಸ ವಿಚಾರವನ್ನು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನೇ ಸೂಚಿಸಿರುವ ಒಂದು ಕಾಲ್ಪನಿಕ ಪ್ರಯೋಗದಿಂದ ಮನವರಿಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಸುಲಭ ಸಾಧ್ಯ. ಅದು ಹೀಗಿದೆ :

ನಿರ್ವಾತದಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗವು ಎಲ್ಲ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲೂ ಒಂದೇ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂಬ ಗ್ರಹಿಕೆಯನ್ನಿಟ್ಟುಕೊಂಡೇ ಈ ಪ್ರಯೋಗವನ್ನು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನು



ಚಿತ್ರ 2

ವಿವರಿಸಿದನು. ಸರಳವಾದ ಒಂದು ರೈಲು ರಸ್ತೆಯಗುಂಟ ಅತಿ ಉದ್ದವಾದ AB ಗಾಡಿಯು ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷವಿಲ್ಲದೆ ಒಂದೇ ಸಮನೆ ಚಲಿಸುತ್ತಿದೆ. ಗಾಡಿಯಲ್ಲಿ ನಿಖರವಾಗಿ ABಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ O ವೀಕ್ಷಕನಿದ್ದಾನೆ. ಗಾಡಿಯ ಹೊರಗೆ ನೆಲದ ಮೇಲೆ O′ ವೀಕ್ಷಕನಿದ್ದಾನೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಿದಂತೆ ಗಾಡಿ ಎಡದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ ಚಲಿಸುತ್ತಿದೆಯೆಂದೂ, ಸರಿಯಾಗಿ O ವೀಕ್ಷಕನು O′ ವೀಕ್ಷಕನನ್ನು ದಾಟಿದ ಕ್ಷಣ, ಒಂದು ಸಿಡಿಲು ಗಾಡಿಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿಯೂ, ರೈಲು ಹಳಿಗಳ ಮೇಲೆಯೂ ಬಡಿಯುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಲ್ಪಿಸುವಾ. ಆಗ ಮಿಂಚಿನ ಪ್ರಕಾಶದ ಅಲೆಗಳು ಎಲ್ಲ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದೇ ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸತೊಡಗುತ್ತವೆ. ಗಾಡಿಯಲ್ಲಿಯ O ವೀಕ್ಷಕನಿಗೆ ಗಾಡಿಯ ಗತಿಯ ಅನುಭವವಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ, ಅವನು ಕೂಡ ಗಾಡಿಯ ಜೊತೆಗೇನೇ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುತ್ತಾನೆ. ಅವನು $\overrightarrow{OA}$ ಮತ್ತು $\overrightarrow{OB}$ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿ ಹೊರಟಿರುವ ಪ್ರಕಾಶದ ಅಲೆಗಳು ಗಾಡಿಯ A, B ಗೋಡೆಗಳನ್ನು ಏಕಕಾಲಕ್ಕೆ ತಲುಪುವುವು ಎಂದು ತಿಳಿಯುವನು. ಆದರೆ ಗಾಡಿಯ ಹೊರಗೆ ನಿಂತ O′ ವೀಕ್ಷಕನಿಗೆ, ಗಾಡಿಯ ಗತಿಯಿಂದಾಗಿ, A ಗೋಡೆ ಪ್ರಕಾಶದ ಅಲೆಗಳು ಚಲಿಸುವ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಬಂದಂತೆಯೂ, B ಗೋಡೆ ಪ್ರಕಾಶದ ಅಲೆಗಳಿಂದ ದೂರ ಓಡಿದಂತೆಯೂ ತೋರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ, ಅವನ ಪ್ರಕಾರ, A ಗೋಡೆಯನ್ನು ಪ್ರಕಾಶದ ಅಲೆಗಳು ಮೊದಲು ತಲುಪುತ್ತವೆ, ಆ ನಂತರ B ಗೋಡೆಯನ್ನು. ಒಂದು ಪಕ್ಷ, ನಾವು, ಗಾಡಿಯು ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗದಿಂದಲೇ ಓಡುತ್ತಿದೆ ಎಂದು ಕಲ್ಪಿಸಿದರೆ, B ಗೋಡೆಯನ್ನು ಅಲೆಗಳು ಎಂದೂ ತಲುಪುವುದೇ ಇಲ್ಲ, ಹಾಗೂ A ಗೋಡೆಯನ್ನು ತತ್‌ಕ್ಷಣ ತಲುಪುವುವು ಎಂದು ನಾವು O′ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಮನಗಾಣುವೆವು. ಹಾಗಾದರೆ, O ಮತ್ತು O′ ವೀಕ್ಷಕರಿಗೆ ಒಂದೇ ಏಕಕಾಲತ್ವದ ಮಾತೆಲ್ಲಿಂದ ಬಂತು ? O ನಿಗೆ ಪ್ರಕಾಶದ ಅಲೆಗಳು ವಿರುದ್ಧ ಗೋಡೆಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಕಾಲಕ್ಕೆ ತಲುಪಿದಂತೆ 'ತೋರುವುದು'. ಆದರೆ O′ನಿಗೆ ಅಲೆಗಳು A, B ಗಳನ್ನು ತಲುಪುವುದು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಕಾಲಕ್ಕೆ. ಹಾಗಾದರೆ, O ವೀಕ್ಷಕನ ಅನುಭವ ಸರಿಯೋ, ಇಲ್ಲವೆ, O′ನದೊ ?

ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ ಹೇಳುವುದೇನೆಂದರೆ, ಇಬ್ಬರ ಅನುಭವಗಳೂ ಸರಿಯೇ, ಆದರೆ ಅವರವರ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ. ನಾವು ಯಾವುದೇ ಘಟನೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಮಾತನಾಡುವಾಗ ಆ ಘಟನೆಯ ಕಾಲ ಗಣನೆಯನ್ನು ಆಯಾ ಚೌಕಟ್ಟಿಗನು ಗುಣವಾಗಿ ಮಾಡಬೇಕು. ಅಂದರೆ, ಕಾಲ ಕೂಡ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿದೆ ಎಂದಂತಾಯಿತು.

ಇಬ್ಬರು ಸಮರೂಪಿ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯಲ್ಲಿರುವ ವೀಕ್ಷಕರಿಗೆ ಏಕಕಾಲತ್ವ ಒಂದೇ ಇರಲಿಕ್ಕಿಲ್ಲವಾದರೂ ಎರಡು ಘಟನೆಗಳ ಅನುಕ್ರಮತೆ ಒಂದೇ ಇರುತ್ತದೆ; ಅಂದರೆ. S ವೀಕ್ಷಕನ ಪ್ರಕಾರ ಯಾವದೊಂದು ಘಟನೆ A, ಇನ್ನೊಂದು ಘಟನೆ B ಆದನಂತರ ಎಂದಿದ್ದರೆ, ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯಲ್ಲಿರುವ S′–ವೀಕ್ಷಕನಿಗೆ ಕೂಡ, B ಘಟನೆ ಆದ ನಂತರವೇ A ಘಟನೆ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಸಿದ್ಧ ಮಾಡಲು ಬರುತ್ತದೆ.

ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಮಿಂಚಿನ ವಿದ್ಯಮಾನವನ್ನೇ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಕೂಲಂಕಷವಾಗಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸೋಣ. ಆ ಗಾಡಿಯಲ್ಲಿ T ಗಡಿಯಾರ ಮತ್ತು ನಿಲ್ದಾಣದ ಮೇಲೆ T′ ಗಡಿಯಾರ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. T ಮತ್ತು T′ ಸಂಪಾತವಾದ ಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ ಅವೆರಡೂ ಗಡಿಯಾರಗಳು ಒಂದೇ ವೇಳೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಗ್ರಹಿಸೋಣ. ಆ ಮೇಲೆ ಕೂಡ ಅವೆರಡೂ ಒಂದೇ ವೇಳೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಅವೆರಡೂ ಗಡಿಯಾರಗಳು ಒಂದೇ ದರದಿಂದ ಕಾರ್ಯಮಾಡುತ್ತಿವೆ ಎನ್ನಬಹುದು. ಆದರೆ, ಸ್ವಲ್ಪ ಸಮಯದ ನಂತರ T ಮತ್ತು T′ ಗಳ ನಡುವೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಅಂತರವಾಗುತ್ತದೆ. ಮೇಲೆ ನೋಡಿದಂತೆ, ಎರಡೂ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ (ಗಾಡಿ ಮತ್ತು ನಿಲ್ದಾಣ) ಆಗ ಏಕಕಾಲತ್ವ ಒಂದೇ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಅಂದರೆ, T ಮತ್ತು T′ ಗಡಿಯಾರಗಳ ಮೇಲೆ ಗಡಿಯಾರದ ಮುಳ್ಳುಗಳು ಅದೇ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಏಕಕಾಲಕ್ಕೆ ಆಕ್ರಮಿಸುವುದು ಕಂಡು ಬರುವುದಿಲ್ಲ. ಬೇರೆ ಶಬ್ದಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, T ಮತ್ತು T′ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಗ್ಯಾಲಿಲಿಯನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳಲ್ಲಿಯ $t'=t$ ಈ ಸಮೀಕರಣ ಈಗ ಸರಿಯಲ್ಲವೆಂದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ.

ಲಾರೆಂಝ್-ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳು : ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂತೆ, ಕಾಲದ ಬಗೆಗಿನ ನಮ್ಮ ಮೂಲ ವಿಚಾರಗಳೇ ಬದಲಾದುದರಿಂದ ಗ್ಯಾಲಿಲಿಯಸ್ ಪರಿಪರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳಲ್ಲಿಯ $t'=t$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಬದಲು ಕಾಲದ ಬೇರೆ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರವೇ ಬೇಕು. ಕಾಲದ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರದೊಡನೆ ಬೇರೆ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳೂ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ಹೊಸ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಪ್ರಪ್ರಥಮವಾಗಿ ನಿರೂಪಿಸಿದವರು ಲಾರೆಂಝ್ ಮತ್ತು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನರು. ಆದುದರಿಂದ ಈ ಸೂತ್ರಗಳಿಗೆ ಲಾರೆಂಝ್-ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳೆನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಈ ಸೂತ್ರಗಳಿಗೆ ಮೂಲಾಧಾರವಾಗಿರುವ ಗ್ರಹಿಕೆಗಳು ಇಂತಿವೆ: (1) ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ ಎಲ್ಲ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲೂ (ಒಂದೇ ಸಮನಾಗಿರುವ ಮಾಧ್ಯಮದಲ್ಲಿ) ಒಂದೇ ಇರುತ್ತದೆ. (2) ಯಾವುದೇ ಭೌತಿಕ ವಿದ್ಯಮಾನವನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಎಲ್ಲ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳೂ ಸರಿಸಮಾನ ವಾಗಿರುತ್ತವೆ; ಯಾವ ಒಂದು ಚೌಕಟ್ಟು ಇನ್ನೊಂದರಕ್ಕಿಂತ ಶ್ರೇಷ್ಠವಾಗ ಲಾರದು.

ಮೇಲಿನ ಈ ಎರಡು ಗ್ರಹಿಕೆಗಳು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ 'ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ'ದ ತಳಹದಿಯಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಇವಲ್ಲದೆ, ಲಾರೆಂಝ್-ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧ ಮಾಡುವ ಮುನ್ನ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಗ್ರಹಿಕೆ ಗಳನ್ನೂ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ: (1) ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳು ಅವಕಾಶದ ಸಮ ರೂಪತೆಯನ್ನು ಉಳಿಸಿಕೊಂಡು ಹೋಗುತ್ತವೆ. (2) ಕಾಲ ಮತ್ತು ಅವಕಾಶ ದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ಬಿಂದುಗಳೂ ಸರಿಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಇದರಿಂದಾಗಿ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳು ರೇಖೀಯ ಸಮೀಕರಣಗಳಾಗಿರಬೇಕು.

S ಮತ್ತು S′ ಎಂಬ ಎರಡು ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ v ಸಾಪೇಕ್ಷ ವೇಗ ವಿದೆಯೆಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಕಾಲ = O ಇರುವಾಗ S ಮತ್ತು S′ ಇವುಗಳ ಮೂಲ ಬಿಂದು ಒಂದೇ ಇರಲಿ. S′ ಚೌಕಟ್ಟು S ಚೌಕಟ್ಟಿನ X ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಏಕ ರೂಪಿ ವೇಗದಿಂದ (ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷರಹಿತವಾಗಿ) ಚಲಿಸು ತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ; ಅಂದರೆ, S′ ನಲ್ಲಿ ಸ್ಥಿರವೆಂದು ಭಾವಿಸಲ್ಪಡುವ ಬಿಂದುಗಳು S ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಲೆಕ್ಕಿಸಿದಾಗ v ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುತ್ತವೆ.

ಹೀಗಾಗಿ

$$x' = \alpha (x - vt) \qquad (1)$$

ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ α ಇದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ. ಈ ಸಮೀಕರಣ ಗ್ಯಾಲಿಲಿಯನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳ ಮೊದಲನೆಯ ಸಮೀಕರಣವೇ ಆಗಿದೆ; ಕೇವಲ α ಹೆಚ್ಚಿನ ಗುಣಾಂಕ—ಇದರ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲಾಗುವುದು.

x ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ y ಅಕ್ಷವು x' ಅಕ್ಷಕ್ಕೂ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಒಮ್ಮೆಲೆ ಹೇಳುವುದು ದುಸ್ತರ. ಆದರೂ ಎಡಬಲಗಳ ಸಮಾಂಗತೆಯನ್ನನುಲಕ್ಷಿಸಿ, x, y ಅಕ್ಷಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಲಂಬವಾಗಿರುವುದಲ್ಲದೆ, x ಅಕ್ಷವು y' ಅಕ್ಷಕ್ಕೂ, y ಅಕ್ಷವು x' ಅಕ್ಷಕ್ಕೂ ಲಂಬವಾಗಿಯೇ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಇದಲ್ಲದೆ ಚಲನೆಯ ದಿಶೆಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಉದ್ದಳತೆಗಳು ಚಲನೆಯಿಂದಾಗಿ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲವೆಂದು ಈ ಮುಂದಿನ ವಾದಸರಣಿಯಿಂದ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

AB ಮತ್ತು A′B′ ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ದಂಡಗಳು ಯಾವುದೋಂದು ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಸ್ಥಿರವಿರಲಿ. AB ದಂಡವನ್ನು A′B′ ದಂಡದ ಮೇಲಿಟ್ಟಾಗ A ಮತ್ತು A′ ತುದಿಯೊಡನೆಯೂ, B ತುದಿ B′ ತುದಿಯೊಡನೆಯೂ **ಏಕಕಾಲಕ್ಕೆ** ಸಂಪಾತವಾಗುತ್ತಿದ್ದರೆ AB ಮತ್ತು A′B′ ಒಂದೇ ಉದ್ದಳತೆಯುಳ್ಳವು ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಬೇರೆ ಶಬ್ದಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, A ತುದಿ A′ ತುದಿಯೊಡನೆ ಹಾಗೂ B ತುದಿ B′ದೊಡನೆ ಸಂಪಾತವಾಗುವ **ಘಟನೆಗಳು ಏಕಕಾಲಿಕವಾದರೆ** AB ಮತ್ತು A′B′ ಉದ್ದಗಳು ಸಮ ಇರುತ್ತವೆ. ಈಗ AB, A′B′ಗಳು ಎರಡು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿದ್ದು ಆ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳ ನಡುವೆ ಒಂದು ಸ್ಥಿರ, ರೇಖೀಯ ಸಾಪೇಕ್ಷ ವೇಗವಿರಲಿ. ಈಗಲೂ AB ಮತ್ತು A′B′ಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದಳತೆಯುಳ್ಳವಾಗಿವೆಯೋ ಇಲ್ಲವೋ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಬರುತ್ತದೆ. ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆ AB ಮತ್ತು A′B′ಗಳ ಉದ್ದಗಳಿಗೆ ಸಮಾಂತರ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿದ್ದಾಗ, A ಮತ್ತು A′ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಪಾತ, B ಮತ್ತು B′

ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಪಾತದೊಡನೆ ಏಕಕಾಲಿಕ ಘಟನೆಯಾದರೆ $AB = A'B'$ ಆಗುವುದು. ಆದರೆ, ಈ ಮೊದಲು, ಚಲಿಸುವ ಗಾಡಿಯ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ (ಪುಟ 27) ನೋಡಿದಂತೆ, ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯುಳ್ಳ ವೀಕ್ಷಕರೀರ್ವರಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬ ವೀಕ್ಷಕನ ಪ್ರಕಾರ ಸಂಭವಿಸಿದ ಏಕಕಾಲಿಕ ಘಟನೆಗಳು ಇನ್ನೊಬ್ಬನ ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೆ ಇರಲಿಕ್ಕಿಲ್ಲ. ಆದರೆ AB ಮತ್ತು $A'B'$ಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಮಾಂತರವಿದ್ದು, ಅವೆರಡರ ಉದ್ದಗಳು ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಚಲನೆಯ ದಿಶೆಗೆ ಲಂಬ ವಾಗಿದ್ದರೆ, (ಚಿತ್ರ 3 ನೋಡಿರಿ) AB ಮತ್ತು $A'B'$ಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಹೋಲಿಸಬಹುದು.

ಚಲನೆ x ಅಕ್ಷದಗುಂಟ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಮುನ್ನ AB, ಮತ್ತು $A'B'$ ಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಂಪಾತವಾಗಿವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ; ಅಂದರೆ A ತುದಿ A'ದೊಡನೆ, B ತುದಿ B'ದೊಡನೆ ಸಂಪಾತವಾಗುವ ಘಟನೆಗಳು ಏಕಕಾಲಿಕ



ಚಿತ್ರ 3

ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಚಲನೆ (S'ನದು; S'ನಲ್ಲಿ $A'B'$ ದಂಡವಿದೆ) ಪ್ರಾರಂಭವಾದೊಡನೆ A' ಮತ್ತು B' ಬಿಂದುಗಳು A ಮತ್ತು B ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಒಂದೇ ವೇಗದಿಂದ ದೂರಹೋಗುತ್ತಿದ್ದುದರಿಂದ AB ಮತ್ತು $A'B'$ಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿಯೇ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ. ಚಲನೆಯ ಯಾವುದೇ ಕ್ಷಣದಲ್ಲಿಯೂ ಅವು ಹಾಗೇ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ. ಕಾರಣ x ಅಕ್ಷ ಗುಂಟದ ಚಲನೆ ಈ ದಂಡಗಳ ಉದ್ದಳತೆಗಳ ಸಮಾನತೆಯಲ್ಲಿ ಏನೂ ಬದಲಾವಣೆ ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ ಈ ಮುಂದಿನ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣ ಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು :

$$y' = y \quad \text{ಮತ್ತು} \quad z' = z \qquad (2)$$

ಕಾಲಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು

$$t' = \beta t + \gamma x \tag{3}$$

ಎಂದು ಬರೆಯುಬಹುದು; ಇಲ್ಲಿ β ಮತ್ತು γ ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳಾಗಿದ್ದು ಅವುಗಳ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಅನಂತರ ನಿರ್ಧರಿಸಲಾಗುವುದು. t' ಇದು t ದ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿಸಿರುವುದಲ್ಲದೆ, x, y, z ಇವುಗಳ ಮೇಲೂ ಅವಲಂಬಿಸಿರಬಹುದು. ಆದರೆ y, z ಗಳ ಮೇಲೆ ಅದು ಅವಲಂಬಿಸಿರುವುದಿಲ್ಲವೆಂಬುದನ್ನು ಈ ರೀತಿ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. t' ಇದು y, z ಗಳನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿದುದೇ ಆದರೆ, yz ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿರಿಸಿದ ಎರಡು ಗಡಿಯಾರಗಳು, S′ ವೀಕ್ಷಕನಂತೆ, ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವೇಳೆಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಬೇಕು. ಇದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ ಆ ಎರಡೂ ಗಡಿಯಾರಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯನ್ನು ಪಡೆದಿರುವುದಿಲ್ಲ, ಮತ್ತು S′ ವೀಕ್ಷಕನಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಒಂದೇ ವೇಗವನ್ನು ಪಡೆದಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಬಲಬದಿ ಕೇವಲ t ಮತ್ತು x ಗಳು ಸಮಾವೇಶಗೊಂಡದ್ದು ಸರಿ.

ಕಾಲ $t = 0$ ಇದ್ದಾಗ, ಅಂದರೆ, S ದ ಮೂಲ ಬಿಂದುವು S′ದ ಮೂಲ ಬಿಂದುವೂ ಒಂದೇ ಇರುವಾಗ, ಒಂದು ಸಿಡಿಲು ಆ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಬಡಿಯಲಿ. ಪ್ರಕಾಶದ ಗೋಲಾಕೃತಿಯ ತರಂಗ-ಮುಖಗಳು (Wave fronts) ಎಲ್ಲ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದೇ ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸತೊಡಗುವುವು. S ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \tag{4}$$

ಎಂದೂ, S′ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \tag{5}$$

ಎಂದೂ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬರೆಯುಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ c ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ.

ಸಮೀಕರಣ (1) ರಿಂದ (5) ಇವುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಸಿ ಬಿಡಿಸಿದರೆ

$$\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{6}$$

$$\gamma = -\beta v/c^2 \tag{7}$$

ಎಂದು ಕಂಡುಬರುವುದು. α, β, γ ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಆಯಾ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದರೆ

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{x-vt}{(1-v^2/c^2)^{\frac{1}{2}}}, \; y'=y, \; z'=z \\ t' &= \frac{t-vx/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{aligned}\right\} (8)$$

ಎಂಬ ಸೂತ್ರಗಳು ಸಿದ್ಧವಾಗುವುವು. ಇವೇ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್–ಲಾರೆಂಝ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳು.

ಈಗ ಈ ಹೊಸ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳಿಗೂ, ಹಳೆಯ ಗ್ಯಾಲಿಲಿಯನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳಿಗೂ ಇರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ನೋಡಬಹುದು. ಸಮೀಕರಣಗಳ ಗುಂಪು (8) ರಲ್ಲಿ ಮೊದಲಿನ ಸೂತ್ರ ಹಾಗೂ ಕೊನೆಯ ಸೂತ್ರ ಇವೆರಡೂ ಗ್ಯಾಲಿಲಿಯನ್ ಸೂತ್ರಗಳಿಗಿಂತ ಭಿನ್ನವಾಗಿವೆ. ಹಳೆಯ ಸೂತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯದು $x'=x-vt$ ಎಂದು ಮಾತ್ರವಿತ್ತು. ಈಗ ಛೇದದಲ್ಲಿ $\sqrt{1-v^2/c^2}$ ಎಂದು ಹೊಸದಾಗಿ ಬಂದಿದೆ. ಕೊನೆಯ ಸೂತ್ರ ಮೊದಲು $t'=t$ ಎಂದು ಇತ್ತು. ಹೊಸ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ t ಅಲ್ಲದೆ, v. x, c ಇವೆಲ್ಲ ಸೇರಿಕೊಂಡಿವೆ. ಹೀಗಾಗಿ ಎರಡೂ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಲ ಒಂದೇ ಅಲ್ಲ ಎಂದು ಗಣಿತ-ಸಿದ್ಧವಾಯಿತು.

'ಅವಕಾಶ-ಕಾಲ' ಅವಧಿ: ಕಾಲ ಮತ್ತು ಅವಕಾಶದ ಬಗೆಗಿನ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನನ ಈ ಹೊಸ ವಿಚಾರಗಳು ಬಳಕೆಯಲ್ಲಿ ಬರುವ ಮುನ್ನ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಣ ಅಂತರ ಎಲ್ಲ ವೀಕ್ಷಕರಿಗೂ (ಸಾಪೇಕ್ಷ ವೇಗದಲ್ಲಿರುವ) ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆಂದೂ, ಎರಡು ಘಟನೆಗಳ ಮಧ್ಯದ ಕಾಲದ ಅಂತರವಾದರೂ ಎಲ್ಲ ವೀಕ್ಷಕರಿಗೂ ಒಂದೇ ಇರುತ್ತದೆಯೆಂದೂ ತಿಳಿಯಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಆದರೆ ಈಗ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್–ಲಾರೆಂಝ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳ ಪ್ರಕಾರ ಕಾಲದ ಅಂತರವಾಗಲಿ ಅಥವಾ ಅವಕಾಶದ ಅಂತರವಾಗಲಿ ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಒಂದೇ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ. ಕಾಲ ಮತ್ತು ಅವಕಾಶಗಳೆರಡರ ಸಮ್ಮಿಲನದಿಂದುಂಟಾದ

ಬೇರೊಂದು ಅಂಶ ಎಲ್ಲ ವೀಕ್ಷಕರಿಗೂ ಒಂದೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಅದು ಯಾವುದೆಂದು ಹೀಗೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು : ಎರಡು ಘಟನೆಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು S ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ (x_1, y_1, z_1, t_1), (x_2, y_2, z_2, t_2) ಎಂದೂ ಮತ್ತು S 'ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ (x'_1, y'_1, z'_1, t'_1), (x'_2, y'_2, z'_2, t'_2) ಎಂದೂ ಪರಿಗಣಿಸಿ

$$T^2_{12} = (t_2 - t_1)^2 - 1/c^2 \left[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \right]$$

ಎಂಬ ಅಂಶವನ್ನು S ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿಯೂ,

$$T'^2_{12} = (t'_2 - t'_1)^2 - 1/c^2 \left[(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2 \right]$$

ಎಂದು S′ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲೂ ಬರೆಯಬಹುದು. ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್-ಲಾರೆಂಡ್ಸ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳಿಂದ ಈ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲೊಂದನ್ನು ಪರಿವರ್ತಿಸಿದರೆ

$$T^2_{12} = T'^2_{12}$$

ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿಯುವುದು. ಆದುದರಿಂದ ಈಗ ಬರಿ ಕಾಲದ ಅಂತರವೂ ಸ್ಥಿರವಲ್ಲ; ಕೇವಲ ಅವಕಾಶದ ಅಂತರವೂ ಸ್ಥಿರವಲ್ಲ. T^2_{12} ನಲ್ಲಿ ಒಳಗೊಂಡ "ಅವಕಾಶ-ಕಾಲ" ಅವಧಿ ಸ್ಥಿರವಾಗಿ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಇದರ ಮೂಲಕ ನಮಗೆ ಕಂಡುಬರುವುದೆಂದರೆ, ಕಾಲ ಮತ್ತು ಅವಕಾಶ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಬಿಡಿಸಲು ಬಾರದಂತೆ ಹೆಣೆದುಕೊಂಡಿವೆ. ಅವಕಾಶ, ಕಾಲಗಳನ್ನು ಒಂದರಿಂದಿನ್ನೊಂದನ್ನು ಬೇರ್ಪಡಿಸುವಂತಿಲ್ಲ.

ಈ ಹೊಸ "ಅವಕಾಶ ಕಾಲ" ಅವಧಿಯ ಅರ್ಥವೇನು ? ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ಘಟನೆಗಳು ನಡೆದರೆ ಆಗ ಅವಕಾಶ-ಅಂತರ ಮಾಯವಾಗಿ ಬರಿ ಕಾಲದ ಅಂತರ ಉಳಿಯುವುದು. ಆಗ T_{12} ಯಾವ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಈ ಘಟನೆಗಳು ಸಂಭವಿಸಬಲ್ಲವೊ ಅಲ್ಲಿ ಚಲಿಸದೆ ನಿಂತ ಗಡಿಯಾರವೊಂದು

ತೋರಿಸುವ ' ಸರಿ ವೇಳೆ 'ಯನ್ನು ಕೊಡುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ T_{12} ಇದನ್ನು ' ಸೂಕ್ತ' ಅಥವಾ ' ಯೋಗ್ಯ' ಕಾಲ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್–ಲಾರೆಂಝ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳ ಸಾಧ್ಯಾಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. ಈ ಸೂತ್ರಗಳ ಛೇದದಲ್ಲಿ ಬರುವ $\sqrt{1-v^2/c^2}$ ದಿಂದಾಗಿ, $v = c$ ಆದದ್ದಾದರೆ, ಅಥವಾ $v > c$ ಆದದ್ದಾದರೆ ಪರಿವರ್ತನೆ ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಪರಿಣಮಿಸಿ ಪರಿವರ್ತನೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗಲಾರದು. ಆದುದರಿಂದ $v < c$ ಇರುವ ವೇಗಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಇವು ಅನ್ವಯಿಸುವುವು.

ಈಗ x– ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಿಂದುಗಳೆರಡರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಘಟನೆಗಳು ಒಂದಾದನಂತರ ಒಂದು ಸಂಭವಿಸಲಿ. ಒಂದನೆಯ ಘಟನೆ O ಮತ್ತು O′ (S ಮತ್ತು S′ ಗಳ ಮೂಲ ಬಿಂದುಗಳು) ಎರಡೂ ಸಂಪಾತವಾಗುವ ಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ ಸಂಭವಿಸಲಿ. S′ ಅಕ್ಷ, S ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ v ಸ್ಥಿರ ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. x ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಸಂಭವಿಸಿದ ಎರಡನೆಯ ಘಟನೆ ನಡೆಯುವ ಕ್ಷಣಕ್ಕೆ O′ ಬಿಂದು ಆ ಘಟನೆ ನಡೆಯುವ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಪಾತವಾದರೆ, ಎರಡೂ ಘಟನೆಗಳು O′ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿಯೇ ನಡೆದಂತಾಗುತ್ತದೆ. O′ ಬಿಂದುವು ಎರಡನೆಯ ಘಟನೆ ಸಂಭವಿಸಿದ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಬರುವ ಮುನ್ನ ಘಟನೆ ನಡೆದುಹೋಗಿದ್ದರೆ, S′ ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅವೆರಡೂ ಘಟನೆಗಳು ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ನಡೆದಂತಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಒಂದು ವೇಳೆ S′ ಚೌಕಟ್ಟು ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ c ಯಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿದ್ದರೂ ಹೀಗೆ ಆಗುವುದು ಸಾಧ್ಯ. ಹೇಗೆಂದರೆ ಅವಕಾಶ–ಕಾಲ ಅವಧಿಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ನೋಡಿದರೆ. $c' \, (t'_2 - t'_1)$ ಇದು $[(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2]^{\frac{1}{2}}$ ಈ ದೂರಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದರೆ $(t'_2 - t'_1)$ ಈ ಸಮಯದಲ್ಲಿ c ವೇಗದಿಂದ ಓಡುತ್ತಿರುವ ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಮೂಲಬಿಂದು O′ ಎರಡನೆಯ ಘಟನೆ ಸಂಭವಿಸಿದ ಸ್ಥಳವನ್ನು ಮುಟ್ಟಲಾರದು. ಹೀಗಾಗಿ ಇಂಥ ಪ್ರಸಂಗಗಳಲ್ಲಿ ಏಕಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಘಟನೆಗಳು ನಡೆಯಲಾರವು. $c \, (t'_2 - t'_1)$ ಮತ್ತು $[(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2]^{\frac{1}{2}}$ ಎರಡು ನಿಷ್ಕೃಷ್ಟವಾಗಿ ಸರಿಯಾಗುವಂತಿದ್ದರೆ, ಅವಕಾಶ–

ಕಾಲ ಅವಧಿ ಶೂನ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನೇ ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು : ಒಂದು ಘಟನೆ ನಡೆದೊಡನೆ ಅಲ್ಲಿಂದ ಹೊರಟ ಪ್ರಕಾಶಕಿರಣವು ಇನ್ನೊಂದು ಘಟನೆ ನಡೆಯುವ ಹೊತ್ತಿಗೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಆ ಘಟನೆ ನಡೆಯುವ ಬಿಂದುವಿಗೆ ತಲುಪಿದರೆ, ಅವಕಾಶ–ಕಾಲ ಅವಧಿ T^2_{12} ಶೂನ್ಯವಾಗುವುದು. ಆದರೆ, ಒಂದನೆಯ ಘಟನೆ ನಡೆದ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಹೊರಟ ಪ್ರಕಾಶ ಕಿರಣ ಎರಡನೆಯ ಘಟನೆ ನಡೆದ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಅದು ನಡೆದುಹೋದ ನಂತರ ತಲುಪಿದರೆ ಆಗ T^2_{12} ಋಣ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಹೊಂದುವುದು. ಆಗ

$\sigma^2_{12} = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2 (t_2 - t_1)^2$ ಎಂದು ಬರೆದರೆ σ^2_{12} ಧನ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನುಹೊಂದುವುದು. ಕೆಲವೊಂದು ಘಟನೆಗಳಿಗೆ T_{12} ಸತ್ಯ ಸ್ವರೂಪದ್ದೂ, ಇನ್ನು ಕೆಲವು ಘಟನೆಗಳಿಗೆ σ_{12} ಸತ್ಯವಾಗಿಯೂ ಆಗಬಹುದು. T_{12} ಸತ್ಯವಿದ್ದರೆ, ಆ "ಅವಕಾಶ–ಕಾಲ" ಅವಧಿ ಕಾಲ–ರೂಪೀ ಅವಧಿಯೆಂದೂ, σ_{12} ಸತ್ಯವಿದ್ದರೆ ಆಗ ಅದನ್ನು ಅವಕಾಶ–ರೂಪೀ ಅವಧಿಯೆಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಕಾಲ ವಿಸ್ತಾರಣ (Time Dilation) : ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್-ಲಾರೆಂಝ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳ ಮೂಲಕ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಲ ಮತ್ತು ಅವಕಾಶ ಇವುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಬಹುದು. S ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿಯ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ (x, y, z) ಒಂದು ಗಡಿಯಾರ ಇರುತ್ತದೆಯೆಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಯಾವುದೊಂದು ಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ಅದು t ವೇಳೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಆಗ S′ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿಯ ವೀಕ್ಷಕನಿಗೆ S ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಗಡಿಯಾರ ಹೇಗೆ ತೋರುತ್ತದೆ ? ಅಂದರೆ S′ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿಯ ವೀಕ್ಷಕನು t ವೇಳೆಯನ್ನು ಎಷ್ಟೆಂದು ತಿಳಿಯುವನು ? ಇದನ್ನು ಲಾರೆಂಝ್–ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳ ಪೈಕಿ ಒಂದನೆಯದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು :

$$t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\text{ಆದ್ದರಿಂದ}\ (t'_2-t'_1)=\frac{(t_2-t_1)}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

ಅಂದರೆ, $\sqrt{1-v^2/c^2}$ ಇದು, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ 1 ರ ಗಿಂತ ಸಣ್ಣದಿರುವುದರಿಂದ (t_2-t_1) ಎಂದು S ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಕಾಲದ ಅಂತರವನ್ನಳೆದರೆ, $(t_2'-t_1')$ ಇದು (t_2-t_1) ಅವಧಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ತೋರುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, S′–ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿಯ ವೀಕ್ಷಕನಿಗೆ S ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಗಡಿಯಾರ ನಿಧಾನವಾಗಿ ನಡೆದಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ. ಈ ವಿಷಯವನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಮನವರಿಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು: S′–ವೀಕ್ಷಕನು S ವೀಕ್ಷಕನ ಗಡಿಯಾರದ ಪೆಂಡುಲಮ್ ಒಂದೆಡೆಯಿಂದ ಮತ್ತೊಂದೆಡೆಗೆ ಹೋಗಿ ತಿರುಗಿ ಬರಲು ಬೇಕಾಗುವ ಸಮಯವನ್ನು ಅಳೆಯುತ್ತಾನೆ ಎಂದು ತಿಳಿದರೆ ಅದು $(t_2'-t_1')$ ನಷ್ಟು ತೋರುತ್ತದೆ. ಈ ವೇಳೆಯು 'ಸರಿ ವೇಳೆ'ಯಾದ (t_2-t_1) ಇದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇರುವುದರಿಂದ ಪೆಂಡುಲಮ್ ಒಂದು ಆಂದೋಲನವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ನಿಜವಾದ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, S′–ವೀಕ್ಷಕನು S–ನ ಗಡಿಯಾರ ನಿಧಾನವಾಗಿ ನಡೆದಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತಾನೆ. ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್-ಲಾರೆಂಝ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿದಂತೆಯೂ ಬರೆಯಬಹುದು :

$$t=\frac{t'+vx/c^2}{(1-v^2/c^2)^{\frac{1}{2}}}, \quad x=\frac{x'+vt}{(1-v^2/c^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$y=y' \quad , \quad z=z'$$

ಇವುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, S– ವೀಕ್ಷಕನ ದೃಷ್ಟಿಕೋನವನ್ನೂ ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು. ಅವನಿಗೆ ಕೂಡ S′–ವೀಕ್ಷಕನ ಗಡಿಯಾರ ನಿಧಾನವಾಗಿ ಸಾಗಿದಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಸಾಪೇಕ್ಷ ವೇಗದಲ್ಲಿರುವ ವೀಕ್ಷಕರೀರ್ವರಿಗೂ, ತಮ್ಮ ಗಡಿಯಾರಗಳಿಗಿಂತಲೂ ಇನ್ನೊಬ್ಬನ ಗಡಿಯಾರ ನಿಧಾನವಾಗಿ ನಡೆಯುವಂತೆ (ಕೆಲಸ ಮಾಡುವಂತೆ) ತೋರುತ್ತದೆ.

ಕಾಲ ವಿಸ್ತಾರಣದಿಂದಾಗಬಹುದಾದ ಮೋಜಿನ ಪ್ರಸಂಗವೊಂದನ್ನು ಈ ಮುಂದೆ ಹೇಳುವ ಕಾಲ್ಪನಿಕ ಘಟನೆಯೊಂದರಿಂದ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

A ಮತ್ತು B ಎಂಬಿಬ್ಬರು ಅವಳಿ–ಜವಳಿ ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಇವರೀರ್ವರಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬನು (B ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ) ಒಂದು ದೀರ್ಘ ಪ್ರಯಾಣವನ್ನು ಕೈಕೊಳ್ಳಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿ ಒಂದು ಸರಳ ರೇಷ್ಮೆ ಮಾರ್ಗದಗುಂಟ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷವಿಲ್ಲದೆ **ಅತಿ ಹೆಚ್ಚಿನ (ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗದ ಸನಿಹದ**) ಸ್ಥಿರ ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವ ಒಂದು ಗಾಡಿಯನ್ನು ಹತ್ತಿ ಪ್ರಯಾಣ ಬೆಳೆಸುತ್ತಾನೆ. ಹೀಗೆ ಸಾಪೇಕ್ಷ ವೇಗವಿರುವ ಇಬ್ಬರು ವೀಕ್ಷಕರು ಒಬ್ಬರಿನ್ನೊಬ್ಬರ ಗಡಿಯಾರವನ್ನು ನೋಡಿದರೆ ಒಬ್ಬನ ಗಡಿಯಾರ ಇನ್ನೊಬ್ಬನಿಗೆ ನಿಧಾನವಾಗಿ ನಡೆದಂತೆ ತೋರುತ್ತದಷ್ಟೆ ? ಹಾಗಾದರೆ, ಈಗ ಒಬ್ಬನು ಇನ್ನೊಬ್ಬನ ಗಡಿಯಾರವನ್ನು ನೋಡುವ ಬದಲು ಅವನ ಹೃದಯದ ಬಡಿತಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುತ್ತಾನೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಆಗ ಒಬ್ಬನ ಹೃದಯದ ಬಡಿತದ ದರ ಇನ್ನೊಬ್ಬನಿಗೆ ತನ್ನ ಹೃದಯದ ಬಡಿತದ ದರಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದುದಾಗಿ ತೋರಬೇಕು. ಏಕೆಂದರೆ, ಮನುಷ್ಯನ ಹೃದಯವನ್ನು ಕೂಡ ಒಂದು ಗಡಿಯಾರವೆಂದೇ ಭಾವಿಸಬಹುದು.

ಈಗ B ಯು ಆ ಸರಳ ರೇಷೆಯಗುಂಟ ಏಕರೂಪೀ ಚಲನೆಯಿಂದ ಎಷ್ಟೋ ಕಾಲ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡುತ್ತಿರುತ್ತಾನೆಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಆಗ A ಗೆ B ಯ ಹೃದಯದ ಬಡಿತಗಳು ನಿಧಾನವಾಗಿ ನಡೆದಂತೆ 'ತೋರುತ್ತದೆ'. ಹೃದಯು ಕಾರ್ಯಮಾಡುತ್ತ ಹೋದಂತೆಯೂ ಮನುಷ್ಯ ಮುದುಕನಾಗುತ್ತ ಹೋಗುತ್ತಾನೆ. ಆದುದರಿಂದ ಹೃದಯದ ಬಡಿತಗಳ ದರ ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ ಮನುಷ್ಯನ 'ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ' ವಯಸ್ಸು ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆಯೇ. ಕಾರಣ B ಯ ಹೃದಯದ ಬಡಿತಗಳು A ನಿಗೆ ನಿಧಾನವಾಗಿ ನಡೆದಂತೆ ತೋರಿದರೆ A ನ ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ B, ತನಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕವನಾಗಿ ತೋರುತ್ತಾನೆ. ಒಂದು ವೇಳೆ B ಮರು ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಿ A ಯು ಇದ್ದಲ್ಲಿಗೆ ಬಂದರೆ A ನಿಗೆ B ಯು ಚಿಕ್ಕವನಿದ್ದಂತೆ ತೋರುತ್ತಾನೆ; ತಾನಾದರೋ ಮುದುಕನಾಗಿ ಮೊಮ್ಮಕ್ಕಳುಗಳನ್ನು ಕೂಡ ಪಡೆದಿರಬಹುದು !

A ನಿಗೆ B ಚಿಕ್ಕವನಾಗಿ ತೋರಿದಂತೆ, B ಯ ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ A ಚಿಕ್ಕವನಾಗಿರುತ್ತಾನೆ, ತಾನಾದರೋ ಮುದುಕನಾಗಿರುತ್ತಾನೆ. ಏಕೆಂದರೆ A ಮತ್ತು B ಈರ್ವರಲ್ಲೂ ಸಾಪೇಕ್ಷ ವೇಗವಿರುತ್ತದೆ — B ಒಂದು ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಮುಂದೆ ಹೋದುದು, A ವಿರುದ್ಧ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಅದೇ ವೇಗದಿಂದ ಹಿಂದೆ ಹೋಗುವುದಕ್ಕೆ ಸಮಾನ.

ಉದ್ದಳತೆಯ ಸಂಕೋಚನ (Contraction of length): ಇದೇ ರೀತಿ ಉದ್ದಳತೆಗಳೂ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಅಳೆಯಲ್ಪಡುವವು ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಬಹುದು. S ಮತ್ತು S′ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳು X– ಅಕ್ಷಗುಂಟ ಸಾಪೇಕ್ಷ ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿವೆ. ಮತ್ತು ಒಂದು ಸರಳ ಸಲಾಕೆಯನ್ನು X– ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಹಿಡಿದಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. S′ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಅದು ಚಲಿಸುವದಿಲ್ಲವೆಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. S ವೀಕ್ಷಕನಿಗೆ ಆ ಸಲಾಕೆ v ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ. S′– ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಆ ಸಲಾಕೆಯ ತುದಿಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(x'_1, 0, 0)$, $(x'_2, 0, 0)$ ಇರಲಿ. ಆಗ ಆ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಅದರ ಉದ್ದಳತೆಯು

$$l' = x'_2 - x'_1$$

ಆಗುತ್ತದೆ. S– ವೀಕ್ಷಕನ ಪ್ರಕಾರ, ಆ ಸಲಾಕೆ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ ಅದರ ತುದಿಗಳು **ಏಕಕಾಲಕ್ಕೆ** ತನ್ನ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಿ ಇರುವವೋ ಆ ಬಿಂದುಗಳ ಮಧ್ಯದ ಅಂತರವೇ ಸಲಾಕೆಯ ಉದ್ದವೆಂದು ತೋರುತ್ತದೆ. ಆ ಬಿಂದುಗಳು $(x_1, 0, 0)$, $(x_2, 0, 0)$ ಆಗಿದ್ದರೆ ಸಲಾಕೆಯ ಉದ್ದಳತೆ $(x_2 - x_1)$ ಆಗುವುದು. ಆದರೆ, x'_2, x'_1, ಮತ್ತು x_2, x_1 ಇವು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್–ಲಾರೆಂಝ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳಿಂದ ಜೋಡಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ. ಅಂದರೆ,

$$x'_1 = (x - vt) / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$x'_2 = (x_2 - vt) / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

(ಇಲ್ಲಿ t ಒಂದೇ ಇರುತ್ತದೆಯೆಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು.)

$$\text{ಆದ್ದರಿಂದ,}\quad x'_2 - x'_1 = \frac{(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\text{ಆದ್ದರಿಂದ}\quad l' = \frac{l}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

(ಇಲ್ಲಿ $l = x_2 - x_1$).

ಆದುದರಿಂದ S ವೀಕ್ಷಕನಿಗೆ l ಉದ್ದಳತೆಯು $l'\sqrt{1-v^2/c^2}$ ದಷ್ಟು ಇದ್ದಂತೆ, ಅಂದರೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಕುಗ್ಗಿದಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ $\sqrt{1-v^2/c^2}$ ಒಂದರಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಇದೇ ಲಾರೆಂರ್ಝನು ಮೊದಲು ಮೈಕಲ್ಸನ್-ಮೋರ್ಲೆ ಪ್ರಯೋಗದ ಶೂನ್ಯ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಿಸುವಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಿದ ಉದ್ದಗಳ ಸಂಕೋಚನ.

ಅಧ್ಯಾಯ 4

ಮಿಂಕೊವ್ಸ್ಕಿ ಜಗತ್ತು, ನಾಲ್ಕು-ವೆಕ್ಟರುಗಳು ಮತ್ತು ಮ್ಯಾಕ್ಸವೆಲ್ಲನ ವಿದ್ಯುತ್-ಕಾಂತೀಯ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಅಚರತೆ

ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ಕಾಲ ಮತ್ತು ಅವಕಾಶಗಳ ಬಗೆಗಿನ ಹೊಸ ವಿಚಾರಗಳು ಹೊಸ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಕಾರಣ ಆಗಿವೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಮೂರು ಆಯಾಮೀಯ ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಣ ಅಂತರವನ್ನು

$$\triangle s^2 = \triangle x^2 + \triangle y^2 + \triangle z^2 \qquad (1)$$

ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಈ ಮೊದಲು ನೋಡಿದಂತೆ ನಮ್ಮ ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಘಟನೆಗಳೇ ಪ್ರಮುಖವಾದುವು. — ಕೇವಲ ಬಿಂದುಗಳೂ ಅಲ್ಲ, ಕೇವಲ ಕಾಲವೂ ಅಲ್ಲ. ಎಲ್ಲ ಘಟನೆಗಳಿಗೂ 3 ಅವಕಾಶಮಯ (Spatial) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳೂ ಒಂದು ಕಾಲಮಯ (time or temporal) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಬೇಕು. ಆದುದರಿಂದ ಮೇಲೆ ಬರೆದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು 4 ಆಯಾಮಗಳ ಜಗತ್ತಿಗೆ ಸರಿಯಾಗುವಂತೆ ಮಾರ್ಪಡಿಸಿ ಬರೆಯಬೇಕು. ತ್ರಿ-ಆಯಾಮೀಯ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ರೂಪವುಳ್ಳ ಚತುರಾಯಾಮೀಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಮೊದಲು ಬರೆದವನು ಮಿಂಕೊವ್ಸ್ಕಿ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಚತುರಾಯಾಮೀಯ ಜಗತ್ತಿಗೆ ಮಿಂಕೊವ್ಸ್ಕಿ ಜಗತ್ತು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಈ ಜಗತ್ತು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ಅವಕಾಶ ಕಾಲ ಅವಿಚ್ಛಿತಿಯೇ (Space-time continum) ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಘಟನೆಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು (x_1, y_1, z_1, t_1) ಮತ್ತು (x_2, y_2, z_2, t_2) ಎಂದಿದ್ದರೆ ಆ ಘಟನೆಗಳ ನಡುವಣ ಅವಕಾಶ-ಕಾಲ ಅವಧಿಯನ್ನು

$$T_{12}^2=(t_2-t_1)^2-\frac{1}{c^2}[(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2] \quad (2)$$

ಎಂದಾಗಲೀ ಅಥವಾ

$$\triangle T_{12}^2=\triangle t^2-\frac{1}{c^2}(\triangle x^2+\triangle y^2+\triangle z^2) \quad (2a)$$

ಎಂದಾಗಲೀ ಬರೆಯುಬಹುದು. $\triangle T_{12}^2$ ಋಣವಾಗುವಂತೆ

$$\triangle \sigma_{12}^2=\frac{1}{c^2}(\triangle x^2+\triangle y^2+\triangle z^2)-\triangle t^2$$

ಎಂದೂ ಬರೆಯುಬಹುದು. ಈಗ, ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ $c=1$ ಎಂದು ತಿಳಿದರೆ

$$\triangle \sigma_{12}^2=\triangle x^2+\triangle y^2+\triangle z^2-\triangle t^2 \quad (3)$$

$\triangle t$ ಇದನ್ನು $\triangle t=i\ \triangle w\ (i=\sqrt{-1})$ ಎಂದು ಬರೆದರೆ,

$$\triangle \sigma_{12}^2=\triangle x^2+\triangle y^2+\triangle z^2+\triangle w^2 \quad (4)$$

ಎಂದಾಗುವದು. ಈ ಸಮೀಕರಣವು ತ್ರಿಆಯಾಮಗಳಿದ್ದಾಗ ಬರೆದ ಸಮೀಕರಣ (1) ರ ರೂಪವನ್ನೇ ತಾಳಿದೆ. $\triangle w^2$ ಎಂಬ ಹೆಚ್ಚಿನಂಶ ಮಾತ್ರ ಇದೆ. $\triangle s^2$ ಮತ್ತು $\triangle \sigma_{12}^2$ ಇವೆರಡರ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಒಂದೇ ರೂಪ ಹೊಂದಿವೆಯಾದರೂ ಅವೆರಡರಲ್ಲಿ ಬಹಳಷ್ಟು ವ್ಯತ್ಯಾಸವಿರುತ್ತದೆ. $\triangle s^2$ ಇದರಲ್ಲಿ ಬರುವ ಎಲ್ಲ ಪರಿಮಾಣಗಳೂ ಸತ್ಯ (real) ಇರುತ್ತವೆ. ಆದರೆ $\triangle \sigma_{12}^2$ ಇದರಲ್ಲಿ $\triangle w$ ಕಾಲ್ಪನಿಕವಾಗಿದೆ. ಅಲ್ಲದೆ, ಇದು ಕಾಲಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಹೊಸ ಪರಿಮಾಣ ಆಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ ಮಿಂಕೊವ್ಸ್ಕಿ ಹಾಗೂ ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ರ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ರೂಪ ಒಂದೇ ಆಗಿ ತೋರಿದರೂ ಅವುಗಳ ನಡುವೆ ಭೇದವಿರುತ್ತದೆ. ತ್ರಿ–ಆಯಾಮೀಯ ಸೂತ್ರದಂತೆ $\triangle s^2$ ಶೂನ್ಯವಾಗಲು $\triangle x$, $\triangle y$, $\triangle z$ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಶೂನ್ಯವಾಗಬೇಕು. ಅಂದರೆ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಣ ಅವಕಾಶಾಂತರ ಶೂನ್ಯವಾಗಬೇಕು. ಅರ್ಥಾತ್ ಎರಡೂ ಬಿಂದುಗಳು ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಕಲೆಯಬೇಕು. ಆದರೆ $\triangle \sigma_{12}^2$

ಶೂನ್ಯವಾಗಬೇಕಾದರೆ ಎರಡೂ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಅವಕಾಶಾಂತರ ಶೂನ್ಯವಾಗಲೇ ಬೇಕೆಂದೇನಿಲ್ಲ. $(\triangle x^2 + \triangle y^2 + \triangle z^2)$ ಈ ಪರಿಮಾಣ $c^2 \triangle t^2$ ಇದಕ್ಕೆ ಸರಿಯಾದರೆ $\triangle s_{12}^2$ ಶೂನ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈಗ, ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ತ್ರಿ-ಆಯಾಮೀಯ ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೆಯಿಂದಾಗಲೀ ಇಲ್ಲವೆ ಒಂದು ವಕ್ರರೇಖೆಯಿಂದಾಗಲೀ ಜೋಡಿಸಬಹುದು, ಯಾವುದೊಂದು ಕಣದ ಪಥವನ್ನು ಆ ಕಣವು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಕ್ಷಣಗಳಲ್ಲಿ ಆಕ್ರಮಿಸಿದ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಆಗ ಇಂಥ ಪಥವನ್ನು ಕಾಲ t ದ ಫಲನವೆಂದು

$$x^i = f^i(t) \qquad (5)$$

ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣದಿಂದ ಸೂಚಿಸಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ i ಗೆ 1, 2, 3 ಮೌಲ್ಯಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ ಮೂರು ಅವಕಾಶಮಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು, ಸ್ವತಂತ್ರ ಪ್ರಾಚರವೆಂದು ತಿಳಿಯಲ್ಪಡುತ್ತಿದ್ದ ಕಾಲವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ಈಗ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾವಾದದ ಪ್ರಕಾರ ಕಾಲವನ್ನು ಸ್ವತಂತ್ರ ಪ್ರಾಚರವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲು ಬರುವುದಿಲ್ಲ; ಅಲ್ಲದೆ, ಮಿಂಕೊವ್ಸ್ಕಿ ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಎರಡು ಘಟನೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅವಕಾಶ–ಕಾಲ ಅವಧಿ (interval) ಒಂದು ಚತುರಾಯಾಮೀಯ 'ರೇಖೆ' ಆಗುತ್ತದೆ. ಯಾವುದೊಂದು ಕಣದ ಪಥವನ್ನು, ಆ ಕಣವು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಕ್ಷಣಗಳಲ್ಲಿ ಹೊಂದಿದ 3 ಅವಕಾಶಮಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕಾಲಮಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳುಳ್ಳ 'ಬಿಂದು'ಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವುದರಿಂದ ಪಡೆಯಬಹುದು. ಇಂಥ ರೇಖೆಗೆ (ಮಿಂಕೊವ್ಸ್ಕಿ) ವಿಶ್ವ-ರೇಖೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಇಂಥ ರೇಖೆ, ಕಾಲವನ್ನುಳಿದು ಬೇರಾವುದೊಂದು ಪ್ರಾಚರದ ಫಲನವೆಂದು

$$x^\mu = g^\mu(p) \qquad (6)$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ μ ಗೆ 1, 2, 3, 4 ಮೌಲ್ಯಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಮತ್ತು p ಇದು ವಿಶ್ವ–ರೇಖೆಯಗುಂಟ ನಿಷ್ಪ್ರಮಾಣವಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಿಸಿದ ಒಂದು ಪ್ರಾಚರವಿರುತ್ತದೆ.

ನಾವು ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಘಟನೆಯನ್ನು ಅದರ ವಿಶ್ವರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ 'ಸ್ಥಾನ'ದಿಂದ ವ್ಯಾಖ್ಯಿಸಬಹುದು, ಏಕೆಂದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಘಟನೆಗೂ ತನ್ನದೇ ಆದ ಒಂದು ವಿಶ್ವರೇಖೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ಕ್ಷಣ, ಈ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಘಟನೆ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಮಿಂಚು ಹೊಡೆದು ಪ್ರಕಾಶ ಹೊರಹೊಮ್ಮು ವುದು ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ. ಆ ಪ್ರಕಾಶವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದೆಡೆ ಇನ್ನೊಂದು ಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ ಗ್ರಹಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದೂ ಒಂದು ಘಟನೆ. ಈ ಎರಡೂ ಘಟನೆಗಳು ಅವಕಾಶ-ಕಾಲ ಅವಿಚ್ಛಿತಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ನಡೆದ ಘಟನೆಯ ವಿಶ್ವರೇಖೆಗುಂಟ ಇರುತ್ತದೆ.

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಘಟನೆಗಳ ವಿಶ್ವರೇಖೆಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಲಾರವು. ಹಾಗೆ ಆದದ್ದೇ ಆದರೆ, ಆ ಘಟನೆಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಘಟನೆಗಳೇ ಆಗಲಾರವು.

ನಾಲ್ಕು-ವೆಕ್ಟರುಗಳು (Four-Vectors) ಈಗ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ತ್ರಿ-ಆಯಾಮೀಯ ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೊಂದು ಭೌತಿಕ ವೆಕ್ಟರನ್ನು ವರ್ಣಿಸಲು ನಮಗೆ ಮೂರು ಘಟಕಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ; ಇವು x, y, z ಈ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ಆ ವೆಕ್ಟರಿನ ಘಟಕಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ವೇಗ ವೆಕ್ಟರ್ $\bar{V}$ ಇದನ್ನು ಅದರ ಘಟಕಗಳಾದ V_x, V_y, V_z ಗಳಿಂದ ವರ್ಣಿಸಬಹುದು, ಹೇಗೆಂದರೆ

$$\bar{V} = V_x \bar{i} + V_y \bar{j} + V_z \bar{k} \qquad (7)$$

ಇಲ್ಲಿ $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$, ಇವು x, y, z.ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿಯ ಏಕಮಾನ ವೆಕ್ಟರುಗಳು.

ಇದೇ ರೀತಿ ಚತುರಾಯಾಮೀಯ ಮಿಂಕೊವ್ಸ್ಕಿ ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ವೆಕ್ಟರನ್ನು ವರ್ಣಿಸಲು ನಾಲ್ಕು ಘಟಕಗಳು ಬೇಕೆಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ ಸಂಗತಿ. ಇಂಥ ವೆಕ್ಟರಿಗೆ ನಾಲ್ಕು-ವೆಕ್ಟರ್ ಅಥವಾ 4-ವೆಕ್ಟರ್ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. 3 ಘಟಕಗಳುಳ್ಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ವೆಕ್ಟರಿನಿಂದ ಈ 4 ಘಟಕ ಗಳುಳ್ಳ ವೆಕ್ಟರನ್ನು ಪ್ರಭೇದಿಸಲು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಚತುರಾಯಾಮೀಯ ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಯಾವುದೊಂದು 'ಬಿಂದು' (ಘಟನೆ)ವಿನ ಅವಕಾಶ-ಕಾಲ ಅಂತರವನ್ನು, ಒಂದು ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಆ 'ಬಿಂದು'ವಿನ ಸ್ಥಾನ 4- ವ್ಹೆಕ್ಟರಿನಿಂದ (position vector) ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇದಕ್ಕನುಗುಣವಾದ ವೇಗ 4- ವ್ಹೆಕ್ಟರ್, ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ 4-ವ್ಹೆಕ್ಟರ್ ಮತ್ತು ಬಲ 4-ವ್ಹೆಕ್ಟರ್ ಇರುತ್ತವೆ. ಇವೆಲ್ಲವುಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದಾಗಿ ವಿವೇಚಿಸೋಣ.

ಈಗ, ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ವ್ಹೆಕ್ಟರ್ ಘಟಕ u_x, u_y, u_z ಇವುಗಳನ್ನು, ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ x, y, z ಗಳನ್ನು ಕಾಲಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅವಕಲಿಸಿ ಪಡೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ;

$$u_x = dx/dt, \quad u_y = dy/dt, \quad u_z = dz/dt \qquad (8)$$

ಇಲ್ಲಿ ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಗಮನಿಸಬೇಕಾದುದು ಎಲ್ಲ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಕಾಲ (t) ಒಂದೇ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು.

ಆದರೆ ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಪ್ರಕಾರ ಕಾಲ ಎಲ್ಲ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳಲ್ಲೂ ಒಂದೇ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಲ ಒಂದೇ ಇರುವುದಿಲ್ಲವೆಂದು ಈ ಮೊದಲೇ ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೌಕಟ್ಟನಲ್ಲೂ ಒಂದು ಸೂಕ್ತಕಾಲವಿರುತ್ತದೆ. ಯಾವುದೊಂದು ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಆ ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ನಿಶ್ಚಲವಿರುವ ಗಡಿಯಾರವೊಂದು ತೋರಿಸುವ ಕಾಲವೇ ಆ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿಯ ಸೂಕ್ತ ಕಾಲ. ಅದು ಆ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಚರಿಸದ (invariant) ಪರಿಮಾಣ. ಆದುದರಿಂದ, ಈಗ ಯಾವುದೊಂದು ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ u ಸ್ಥಿರವೇಗದಿಂದ ಕಾಯವೊಂದು ಚಲಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಆ ವೇಗವನ್ನು ಅಳೆಯಲು ಆ ಕಾಯಕ್ಕನುಗುಣವಾದ ಸೂಕ್ತ ಕಾಲವನ್ನೇ ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು; ಅರ್ಥಾತ್ ಆ ಕಾಯದೊಡನೆಯೇ ಚಲಿಸುವ ಗಡಿಯಾರವೊಂದು ತೋರಿಸುವ ಸೂಕ್ತ ಕಾಲವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಕಾರಣ x_1, x_2, x_3, x_4 ಇವು ನಾಲ್ಕು ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ,

1, 2, 3, 4 ಈ 'ದಿಶೆ'ಗಳಲ್ಲಿ ಆ ಕಾಯದ ವೇಗದ ಘಟಕಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು :

$$u_1=\frac{dx_1}{dT},\quad u_2=\frac{dx_2}{dT},\quad u_3=\frac{dx_3}{dT},\quad u_4=\frac{dx_4}{dT}$$

ಇಲ್ಲಿ T ಸೂಕ್ತ ಕಾಲವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಘಟಕಗಳನ್ನೂ, ಮೇಲೆ (8) ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ dx/dt ಮುಂತಾದ ಘಟಕಗಳನ್ನೂ ಹೋಲಿಸಬೇಕಾದರೆ t ಮತ್ತು T ಇವುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಿಳಿದಿರಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ t ಚಲಿಸುವ ಕಾಯದ ವೇಗ (u) ವನ್ನು ಹೇಳಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಪರಾಮರ್ಶೆ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿಯ ಸೂಕ್ತ ಕಾಲ. ಚಲಿಸುವ ಕಾಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ನಿಶ್ಚಲವಿದ್ದ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ತ ಕಾಲ ಅವಧಿ dT ಇದ್ದರೆ, ಇದು ಕಾಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ u ವೇಗವನ್ನು ಪಡೆದಿರುವ ಚೌಕಟ್ಟಿನಿಂದ ಅಳೆದರೆ $dt=\frac{dT}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$. ಎಂದು ತೋರುತ್ತದೆ. ಕಾರಣ $\frac{dt}{dT}=\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$. dT ಮತ್ತು dt ಗಳ ನಡುವಿನ ಈ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು :

$$\left.\begin{aligned} u_1&=\frac{dx_1}{dT}=\frac{dx}{dt}\cdot\frac{dt}{dT}=\frac{u_x}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\\ u_2&=\frac{dx_2}{dT}=\frac{dy}{dt}\cdot\frac{dt}{dT}=\frac{u_y}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\\ u_3&=\frac{dx_3}{dT}=\frac{dz}{dt}\cdot\frac{dt}{dT}=\frac{u_z}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\end{aligned}\right\}\qquad(9)$$

ನಾಲ್ಕನೆಯ ಘಟಕವನ್ನು ಬರೆಯುವ ಮುನ್ನ x_4 ಎಂದರೆ ಯಾವುದೆಂಬುದನ್ನು ನೋಡುವಾ. ಸಮೀಕರಣ $(2a)$ ದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ಪದಗಳನ್ನೂ c^2 ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ

$c^2 \triangle T_{12}^2 = \triangle \tau_{12}^2 = c^2 \triangle t^2 - (\triangle x^2 + \triangle y^2 + \triangle z^2)$
ಇದನ್ನೇ ಚಿಹ್ನೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ,

$\triangle R^2 = - \triangle \tau_{12}^2 = (\triangle x^2 + \triangle y^2 + \triangle z^2) - c^2 \triangle t^2$
ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು. ಈಗ $c^2 \triangle t^2$ ಇದನ್ನು ict ಪದದಿಂದ ಪಡೆಯಬಹುದು : $ict = w$ ಎಂದು ಬರೆದರೆ, $ic\triangle t = \triangle w$, ಕಾರಣ $\triangle w^2 = - c^2 \triangle t^2$; ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ

$\triangle R^2 = \triangle x^2 + \triangle y^2 + \triangle z^2 + \triangle w^2$ (ಸಮೀಕರಣ (4) ಕ್ಕೆ ಹೋಲಿಸಿರಿ) ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಆದಕಾರಣ

$$u_4 = \frac{dx_4}{dt} = \frac{d\,(ict)}{dt} \cdot \frac{dt}{dT} = \frac{ic}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \qquad (9a)$$

ಈಗ ಆವೇಗ 4-ವೆಕ್ಟರನ್ನು, ವೇಗ 4-ವೆಕ್ಟರನ್ನು ಚಲಿಸದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ m_0 (ವಿರಾಮ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ — rest mass) ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಪಡೆಯ ಬಹುದು : ಆವೇಗ ವೆಕ್ಟರ್‌ನ್ನು p ಎಂದು ಕರೆದರ

$$\left.\begin{aligned} p_1 = m_0 u_1 = \frac{m_0 u_x}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \quad p_2 = m_0 u_2 = \frac{m_0 u_y}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \\ p_3 = m_0 u_3 = \frac{m_0 u_z}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \quad p_4 = m_0 u_4 = \frac{i m_0 c}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \end{aligned}\right\} (10)$$

ಈಗ, ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದಂತೆ, $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$ ಕಾರಣ

$$p_4 = icm = \frac{imc^2}{c} = \frac{iE}{c} \; (E = mc^2 \text{ ಇರುವುದರಿಂದ}) \quad (11)$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಆವೇಗದ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಘಟಕ ಶಕ್ತಿ E ಯೊಡನೆ ಈ ಮೇಲಿನ ನೇರ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಳೆದಿದೆ ಎಂದು ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತದೆ.

ಇನ್ನು ಬಲ 4–ವ್ಹೆಕ್ಟರಿನ ಘಟಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾ :

$$F_r = \frac{dp_r}{d\tau} \qquad (r=1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

$$= \frac{dp_r}{dt} \cdot \frac{dt}{d\tau} = \frac{dp_r}{dt} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}}$$

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{dp_r}{dt} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \cdot F_r.$ (12)

ಅಂದರೆ, ಮೇಲೆ ಬರೆದ p_1, p_2, p_3 ಮತ್ತು u_1, u_2, u_3 ಗಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\, u_x}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\right) &= F_1 \sqrt{1 - u^2 / c^2} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\, u_y}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\right) &= F_2 \sqrt{1 - u^2 / c^2} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\, u_z}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\right) &= F_3 \sqrt{1 - u^2 / c^2} \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

ಆದರೆ $\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\, u_x}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\right) = \frac{d}{dt}(m u_x) = F_x$ ಮುಂತಾದವುಗಳು.

ಇಲ್ಲಿ F_x, ನ್ಯೂಟನ್ ಬಲ–ವ್ಹೆಕ್ಟರಿನ x– ಘಟಕ. ಇದರಂತೆ y– ಘಟಕ, z –ಘಟಕಗಳಿಗೆ ಕೂಡ ಉಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಬಲ 4–ವ್ಹೆಕ್ಟರದ ಮೊದಲ ಮೂರು ಘಟಕಗಳು, ನ್ಯೂಟನ್ ಬಲ ಘಟಕಗಳೊಡನೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ತಳೆದಿವೆ :

$$F_1 = \frac{F_x}{\sqrt{1-u^2/c}}, \quad F_2 = \frac{F_y}{\sqrt{1-u^2/c}},$$

$$F_3 = \frac{F_z}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \qquad (13a)$$

ನಾಲ್ಕನೆಯ ಘಟಕ F_4 ದ ಅರ್ಥವನ್ನು ಈ ರೀತಿ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಈಗ, $\frac{dp_r}{d\tau} = F_r$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು u_r ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ r ಗೆ 1 ರಿಂದ 4 ರ ವರೆಗೆ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ಸಂಕಲಿಸುವಾ :

ಆಗ $$\sum_{r=1}^{4} m_0 u_r \frac{du_r}{d\tau} = \sum_{r=1}^{4} F_r u_r \qquad (14)$$

ಏಕೆಂದರೆ $p_r = m_0 u_r.$ ಅಥವಾ, $\frac{d}{d\tau} u_r^2 = 2u_r \frac{du_r}{d\tau}$ ಇರುವುದರಿಂದ ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು

$$\tfrac{1}{2} m_0 \frac{d}{d\tau}\left(\sum_{r=1}^{4} u_r^2 \right) = \sum_{r=1}^{4} F_r u_r \qquad (15)$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಈ ಸಂಕಲನವನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದರೆ, ಸಮೀಕರಣದ

$$\text{ಎಡ ಬದಿ} = \tfrac{1}{2} m_0 \frac{d}{d\tau}\left(\frac{u^2{}_x + u^2{}_y + u^2{}_z - c^2}{1 - u^2/c^2} \right)$$

$$= \tfrac{1}{2} m_0 \frac{d}{d\tau}\left(\frac{u^2 - c^2}{1 - u^2/c^2} \right) = \tfrac{1}{2} m_0 \frac{d}{d\tau} (-c^2 = 0) \qquad (16)$$

ಆದ್ದರಿಂದ $\sum_{r=1}^{4} F_r u_r = 0;$ ಅಂದರೆ,

$$F_1 u_1 + F_2 u_2 + F_3 u_3 + F_4 u_4 = 0. \qquad (17)$$

F_1, F_2, F_3 ಗಳನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (13a) ಗಳಿಂದ ಮತ್ತು u_1, u_2, u_3, u_4 ಗಳನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (9) ಮತ್ತು (9a) ಗಳಿಂದ ಆದೇಶಿಸಿದರೆ

$$\frac{F_x u_x + F_y u_y + F_z u_z}{(1 - u^2/c^2)} + \frac{F_4 i c}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = 0 \qquad (18)$$

ಎಂದು ಬರುತ್ತದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ $F_4 i_0 = -\frac{F_x u_x + F_y u_y + F_z u_z}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$

ಆದ್ದರಿಂದ $F_4 = -\frac{1}{ic} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} (F_x u_x + F_y u_y + F_z u_z)$

$$= \frac{i}{c\sqrt{1 - u^2/c^2}} (F_x u_x + F_y u_y + F_z u_z) \quad (19)$$

ಇದೇ ನಾವು ತೆಗೆಯಲು ಹೊರಟ F_4 ದ ಮೌಲ್ಯ.

ಮ್ಯಾಕ್ಸವೆಲ್‌ನ ವಿದ್ಯುತ್–ಕಾಂತೀಯ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಅಚರತೆ (Invariance of Maxwell's electromagnetic equations)

ಈ ಮೊದಲು ನೋಡಿದಂತೆ ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಪೂರ್ವದ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರವು, ವಿದ್ಯುದ್ಗತಿ ಶಾಸ್ತ್ರದ ಮುಖ್ಯ ನಿಯಮವಾದ ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತೀಯ ತರಂಗಗಳ ಪ್ರಸಾರ ನಿಯಮವನ್ನು ತಿಳಿಯುವಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಎದುರಿಸಿತ್ತು. ಆ ಸಮಸ್ಯೆ ಎಂದರೆ, ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಪೂರ್ವದಲ್ಲಿ ಪ್ರಚಲಿತವಿದ್ದ ಗ್ಯಾಲಿಲಿಯನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತೀಯ ತರಂಗಗಳ ಪ್ರಸಾರ ನಿಯಮಕ್ಕೆ ಅನ್ವಯಿಸಿದಾಗ, ಈ ತರಂಗಗಳ ವೇಗ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು. ಆದರೆ ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಹೀಗೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಮುಂದೆ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನು ಹೇಗೆ ಬಿಡಿಸಿದನೆಂಬುದನ್ನು ಆಗಲೆ ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಪರಿಚ್ಛೇದದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತೀಯ ತರಂಗಗಳ ಪ್ರಸಾರ ನಿಯಮಕ್ಕೆ ಲಾರೆಂಝ್–ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿ ಅದು ಹೇಗೆ ಮಾರ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲವೆಂಬುದನ್ನೂ ಮತ್ತು ಈ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಮ್ಯಾಕ್ಸವೆಲ್‌ನ ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತೀಯ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸಿ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೂಡ ಹೇಗೆ ಯಾವ ಬದಲಾವಣೆ ಆಗುವದಿಲ್ಲವೆಂಬುದನ್ನೂ ನೋಡುತ್ತೇವೆ.

S ಮತ್ತು S′ ಎಂಬ ಎರಡು v ಸಾಪೇಕ್ಷ ವೇಗವಿರುವ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟು ಗಳಿರಲಿ. S ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತೀಯ ತರಂಗಗಳ ಚಲನೆಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣದಿಂದ ವಿವರಿಸಬಹುದು.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)W=0 \quad (20)$$

ಪ್ರಕಾಶವು ನಿರ್ವಾತದಲ್ಲಿ c ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತದೆಯೆಂದು ಈ ಸಮೀಕರಣ ಹೇಳುತ್ತದೆ.

ಲಾರೆಂಟ್ಝ್–ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಪುನಃ ಬರೆಯೋಣ :

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\ y'=y,\ z'=z,\ t'=\frac{t-vx/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (21)$$

x, y, z, t ಪರಿಮಾಣಗಳಿಂದ x', y', z', t' ಪರಿಮಾಣಗಳಿಗೆ ಈ ಸೂತ್ರ ಗಳಿಂದ ಹೋಗಬಹುದಾಗಿದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ x', y', z', t' ಗಳನ್ನು x, y, z, t ಗಳಿಗೆ ಪರಿವರ್ತನೆಗೊಳಿಸಲು v ಯ ಬದಲು $-v$ ಎಂದು ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಬೇಕು. ಆಗ

$$x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\ y=y',\ z=z',\ t=\frac{t'+vx'/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (22)$$

ಸಮೀಕರಣ (20) ನ್ನು S′– ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಲು $W(x, y, z, t)$ ಈ ಫಲನವನ್ನು $W(x', y', z', t')$ ದ ರೂಪಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬೇಕು. ಹೀಗೆ ಮಾಡಲು (22) ರಲ್ಲಿಯ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನೇ ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು. ಹಾಗೆ ಮಾಡಿದಲ್ಲಿ

$$\frac{\partial W}{\partial x'}=\frac{\partial W}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial x'}+\frac{\partial W}{\partial t}\cdot\frac{\partial t}{\partial x'}=\gamma\frac{\partial W}{\partial x}+\gamma\cdot\frac{v}{c^2}\frac{\partial W}{\partial t}$$

ಇದರಲ್ಲಿ $\gamma=\dfrac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{\partial^2 W}{\partial x'^2}=\left(\gamma\frac{\partial}{\partial x}+\gamma\frac{v}{c^2}\frac{\partial}{t\partial}\right)$

$$\left(\gamma\frac{\partial W}{\partial x}+\gamma\frac{v}{c^2}\frac{\partial W}{\partial t}\right)$$

$$=\gamma^2\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+2\gamma^2\frac{v}{c^2}\frac{\partial^2 W}{\partial\ \partial t}+\gamma^2\frac{v^2}{c^4}\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}$$

ಇದರಲ್ಲಿ $\gamma\frac{v}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left\{\gamma\frac{\partial W}{\partial x}\right\}=\gamma\frac{\partial}{\partial x}\left\{\gamma\frac{v}{c^2}\frac{\partial W}{\partial t}\right\}$

ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ

$$\frac{\partial^2 W}{\partial y'^2}=\frac{\partial^2 W}{\partial y^2};\quad \frac{\partial^2 W}{\partial z'^2}=\frac{\partial^2 W}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial W}{\partial t'}=\frac{\partial W}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial t'}+\frac{\partial W}{\partial t}\cdot\frac{\partial t}{\partial t'}=\gamma v\frac{\partial W}{\partial x}+\gamma\frac{\partial W}{\partial t};$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t'^2}=\left(\gamma v\frac{\partial}{\partial x}+\gamma\frac{\partial}{\partial t}\right)^2 W$$

$$=\gamma^2 v^2\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+2\gamma^2 v\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial t}+\gamma^2\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}$$

ಆದುದರಿಂದ

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2}{\partial y'^2}+\frac{\partial^2}{\partial z'^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\right)W$$

$$=\gamma^2\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+2\gamma^2\frac{v}{c^2}\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial t}+\gamma^2\frac{v^2}{c^4}\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 W}{\partial z^2}$$

$$-\gamma^2\frac{v^2}{c^2}\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}-2\gamma^2\frac{v}{c^2}\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial t}-\gamma^2\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}$$

$$=\left(\gamma^2-\gamma^2\frac{v^2}{c^2}\right)\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 W}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\left(\gamma^2-\frac{\gamma^2 v^2}{c^2}\right)\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}$$

$$=\gamma^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 W}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\gamma^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}$$

$$=\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 W}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \qquad (23)$$

ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಬಲಬದಿಯ ಉಕ್ತಿ, ಸಮೀಕರಣ (20) ರ ಎಡಬದಿಯ ಉಕ್ತಿಯೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ S ಮತ್ತು S′ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತೀಯ ತರಂಗಗಳ ಚಲನೆಯ ನಿಯಮ ಒಂದೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಸಮೀಕರಣ (23) ರಲ್ಲಿರುವ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು

$$\Box' W = \Box W \qquad (23a)$$

ಎಂಬ ಸಂಜ್ಞಾತ್ಮಕ ರೂಪದಲ್ಲಿಯೂ ಬರೆಯಬಹುದು. □ ಈ ಸಂಜ್ಞೆಗೆ ದಲಾಂಬರ್ಸಿಯನ್ ಪರಿಕರ್ಮಿ ಎಂದು ಹೆಸರು. ಅದು

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) = \nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

ಈ ಪರಿಕರ್ಮಿಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ದಲಾಂಬರ್ಸಿಯನ್ ಪರಿಕರ್ಮಿ ಲಾರೆಂಝ್-ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳಿಂದ ಮಾರ್ಪಡದೇ ಹಾಗೆ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ ಎಂದು (23a) ಯಿಂದ ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ವಿಷಯವನ್ನು ಮ್ಯಾಕ್ಸ್‌ವೆಲ್‌ನ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಅಚರತೆ (invariance) ಯನ್ನು ಸಿದ್ಧ ಮಾಡುವಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗುವುದು.

ಈಗ, ಪುನಃ ಮ್ಯಾಕ್ಸ್‌ವೆಲ್‌ನ ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತೀಯ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯುವಾ :

$$\left.\begin{array}{l}\nabla \times \overline{H} - \frac{1}{c}\dot{\overline{E}} = \frac{1}{c}\overline{j}, \qquad \dot{\overline{E}} = \frac{\partial \overline{E}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \overline{E} = \rho, \quad \nabla \cdot \overline{H} = 0, \quad \nabla \times \overline{E} + \frac{1}{c}\dot{\overline{H}} = 0\end{array}\right\} \quad (24)$$

ಇಲ್ಲಿ $\overline{H}$ ಮತ್ತು $\overline{E}$ ಕಾಂತ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ವಿದ್ಯುತ್ ಕ್ಷೇತ್ರ ತೀವ್ರತಾ ವೆಕ್ಟರುಗಳು, ρ = ಪೂರಣ ಸಾಂದ್ರತೆ, $\overline{j}$ = ಪ್ರವಾಹ ಸಾಂದ್ರತೆ, c = ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ. $\overline{j} = \rho\overline{u}$ ಎಂದೂ ಬರೆಯುಬಹುದು, $\overline{u}$ ಆ ಪೂರಣ ಚಲಿಸುವ ವೇಗ.

ಈಗ Curl $\overline{H} = \nabla \times \overline{H} = \frac{1}{c}\dot{\overline{E}} + \frac{1}{c}\overline{j}$ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವಾ. ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ divergence ಈ ಪರಿಕರ್ಮಿಯನ್ನು ಹಚ್ಚುವಾ. ಆಗ

$$\text{div Curl } \overline{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\text{div } \overline{E}) + \frac{1}{c}\text{div } \overline{j} \qquad (25)$$

ಆದರೆ ಯಾವುದೇ ವೆಕ್ಟರಿನ div Curl ಯಾವಾಗಲೂ ಶೂನ್ಯವಿರುತ್ತದೆ;

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\text{div } E) + \frac{1}{c}\text{div } \overline{j} = 0$ (26)

ಈಗ ಮ್ಯಾಕ್ಸವೆಲ್‌ನ ಸಮೀಕರಣ div $\overline{E} = \rho$ ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{1}{c}\text{div } \overline{j} = 0$$

ಎಂದು ಬರೆಯುಬಹುದು. ಅಥವಾ

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \overline{j} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = 0 \qquad (27)$$

ρ ಇದು ಪೂರಣ ಸಾಂದ್ರತೆ ಮತ್ತು $\overline{J} = \rho \overline{u}$ ಇರುವುದರಿಂದ, ಸಮೀಕರಣ (27) ನ್ನು ಹೀಗೆ ಅರ್ಥೈಸಬಹುದು ; ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯುತ್ ಪೂರಣ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಅಂದರೆ (27) ಈ ಸಮೀಕರಣ ಪೂರಣ-ನಿತ್ಯತಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಹೇಳುತ್ತದೆ.

ಈಗ, ಸಂಪೂರ್ಣ ನಿರ್ವಾತ ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತ ಕ್ಷೇತ್ರ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿದರೆ, ಅಲ್ಲಿ $\rho = 0$ ಇರುವುದರಿಂದ, ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣ (24) ಇವುಗಳಿಂದ $\nabla \times \overline{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \overline{E}}{\partial t}$ ಮತ್ತು $\text{div}\, \overline{E} = 0$ ಎಂದಾಗುತ್ತವೆ.

$$\nabla \times \overline{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} H$$ ಇರುವುದರಿಂದ

$$\text{curl curl}\, \overline{L} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\text{curl}\, \overline{H} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{c}\frac{\partial \overline{E}}{\partial t}\right)$$

$$= -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

ಆದರೆ, ವೆಕ್ಟರ್ ವಿಶ್ಲೇಷಣಾ ಅಭ್ಯಾಸದಿಂದ

$\text{curl curl}\, \overline{E} = \text{grad div}\, E - \nabla^2 \overline{E}$ ಎಂದು ಗೊತ್ತಿರುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ

$$\text{grad div}\, \overline{E} - \nabla^2 \overline{E} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \overline{E}}{\partial t^2}$$

ಅಥವಾ

$$\nabla^2 \overline{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \overline{E}}{\partial t^2} = 0$$ ಏಕೆಂದರೆ $\text{div}\, \overline{E} = \rho = 0$

ಅಂದರೆ

$$\Box\, \overline{E} = 0 \qquad (28)$$

ಇದೇ ತರಹ, ಕಾಂತ ಕ್ಷೇತ್ರ ತೀವ್ರತೆ H ಗಾದರೂ

$$\Box\, \overline{H} = 0 \qquad (29)$$

ಎಂದು ತೋರಿಸಬಹುದು. ಸಮೀಕರಣ (28) ಮತ್ತು (29) ಎರಡೂ

ಸೇರಿ ಹರ್ಟ್ಝ್-ತರಂಗಗಳ ನಿರ್ವಾತದಲ್ಲಿಯ ಪ್ರಸಾರದಲ್ಲಿಯ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕೊಡುತ್ತದೆ.

ಈ ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳು ನಿರ್ವಾತದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯುತ್‌ಕಾಂತೀಯ ತರಂಗಗಳ ಪ್ರಸಾರವನ್ನು ವರ್ಣಿಸುತ್ತವೆ. ಈಗ ಇವುಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುವಾ. $\bar{E}$ ಮತ್ತು $\bar{H}$ ಈ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಸ್ಕೇಲರ್ ವಿಭವ ϕ ಮತ್ತು ವೆಕ್ಟರ್ ವಿಭವ $\bar{A}$ ಇವುಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ:

$$\bar{E} = \text{grad}\,\phi - \frac{1}{c}\frac{\partial A}{\partial t} \tag{30}$$

$$H = \text{curl}\,\bar{A} \tag{31}$$

ಆದರೆ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತೀಯ ವಿಭವ ಘಟಕಗಳಾದ $A_x \cdot A_y, A_z$ ಮತ್ತು ϕ ಗಳನ್ನು ಅವು ಒಂದೊಂದೇ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೊಂದುವಂತೆ ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಬರುವುದಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ, ನಮಗೆ ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತೀಯ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳ ಅಭ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಮುಖ್ಯವಿರುವಂಥವು $\bar{A}$ ಯ curl ಮತ್ತು ϕ ದ grad. ಉದಾಹರಣೆಗೆ (31) ನೆಯ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $\bar{A}$ ಯ ಬದಲು $(\bar{A}+\text{div}\,\bar{V})$ ಎಂದು ಬರೆದರೂ ಈ ಫಲನದ ಮೇಲೆ curl ಪರಿಕರ್ಮೆಯನ್ನು ಹಚ್ಚಿದಾಗ ಪುನಃ curl $\bar{A}$ ಎಂದೇ ಬರುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ curl div $\bar{V} = 0$ ಈ ಫಲನದಲ್ಲಿ $\bar{V}$ ಇದು, x, y, z, t ಗಳ ಒಂದು ನಿಷ್ಪ್ರಮಾಣ ಫಲನ. ಇದೇ ರೀತಿ ϕ ಯ ಬದಲು $\phi + \frac{\partial v}{\partial t}$ ಎಂದು ಬರೆಯುಬಹುದು. (ಇಲ್ಲಿ V. x, y, z, t ಗಳ ಒಂದು ನಿಷ್ಪ್ರಮಾಣ ಫಲನ) ಕಾರಣ, div $\bar{V}$ ಅಥವಾ $\frac{\partial v}{\partial t}$ ಈ ಫಲನಗಳ ಪ್ರಮಾಣದ ನಿಷ್ಪ್ರಮಾಣತೆ, $\bar{A}$ ಮತ್ತು ϕ ಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಇಂಥ ನಿಷ್ಪ್ರಮಾಣತೆಯನ್ನು ಹೋಗಲಾಡಿಸಲು ಈ ವಿದ್ಯುತ್‌ಕಾಂತೀಯ ವಿಭವಗಳ ಮೇಲೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ನಿಬಂಧನೆಯನ್ನು ಹೇರಲಾಗುತ್ತದೆ.

$$\text{div}\,\bar{A} + \frac{1}{c}\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \tag{32}$$

ಈಗ, ಸಮೀಕರಣ (30) ರ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳ divergence ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$$\text{div}\,\overline{E} = -\,\text{divgrad}\,\phi - \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\text{div}\ \overline{\ \ }) \qquad (33)$$

ಆದರೆ divgrad $\phi = \nabla^2\phi$, div $\overline{E} = ९$ ಮತ್ತು

$$\text{div}\,\overline{A} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\phi}{\partial t}$$ ಆದುದರಿಂದ

$$\nabla^2\phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = -\,९ \quad \text{ಅಥವಾ} \quad \Box\phi = -\,९ \qquad (34)$$

ಸಮೀಕರಣ (31) ರಿಂದ

$$\text{curl}\,\overline{H} = \text{curl curl}\,\overline{A} = \text{grad div}\,\overline{A} - \nabla^2\overline{A}$$

ಈ ಸಮಾನತೆ ವೆಕ್ಟರ್ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯನ್ವಯ ಬರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ

$$\frac{1}{c}\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\overline{j}}{c} = \text{grad}\left(-\frac{1}{c}\frac{\partial\phi}{\partial t}\right) - \nabla^2\overline{A}$$

$$= \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\overline{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial\overline{A}}{\partial t}\right) - \nabla^2\overline{A}$$

ಆದ್ದರಿಂದ $\nabla^2\overline{A} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2}{\partial t^2} = \dfrac{-\overline{j}}{c}$

$$\text{ಅಥವಾ} \quad \Box\overline{A} = -\frac{1}{c}\overline{j} \qquad (35)$$

ಈಗ ಸಮೀಕರಣ (34) ಮತ್ತು (35) ಇವುಗಳನ್ನು S'– ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವಾ. ಈಗಾಗಲೇ ನಾವು $\Box = \Box'$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಮ್ಯಾಕ್ಸವೆಲ್‌ನ ಸಮೀಕರಣಗಳು, ಲಾರೆಂರ್ಝ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದಾಗ ಅವು ಬದಲಾಗದೆ ಅಚರ (invariant) ಆಗಿ

ಉಳಿಯುತ್ತವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಲು (34) ಮತ್ತು (35) ಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ಬಂದಿರುವ ಪೂರಣ ಸಾಂದ್ರತೆ ρ ಮತ್ತು ಪ್ರವಾಹ ಸಾಂದ್ರತೆ $\overline{j}$ ಇವು ಲಾರೆಂಟ್ಝ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳಿಂದ ಹೇಗೆ ಮಾರ್ಪಡುತ್ತವೆ ಎಂದು ನೋಡಬೇಕು.

ಯಾವುದೊಂದು ಬಿಂದು P ಯಲ್ಲಿ ಏಕಮಾನ ಘನದಲ್ಲಿ n ವಿದ್ಯುತ್ ಪೂರಣಗಳಿರುವ ಪೂರಣವೊಂದು S– ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ $\overline{u}$ ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿರಲಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿದ್ಯುತ್ಪೂರಣದ ಮೌಲ್ಯ e ಇರಲಿ. ಈ ಪೂರಣಗಳು $\overline{u}$ ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ, ಅವುಗಳನ್ನು $n(\overline{u})$ ಈ ಫಲನದಿಂದ ಗುರುತಿಸುವುದು ಲೇಸು. ಈ ಪೂರಣಗಳೊಂದಿಗೇನೇ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವ ವೀಕ್ಷಕನೂ ಒಬ್ಬನಿದ್ದಾನೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಪ್ರತಿ ಏಕಮಾನ ಘನದಲ್ಲಿ ಅವನು n_0 ಪೂರಣಗಳನ್ನು 'ನೋಡುತ್ತಾನೆ'ಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಈಗ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಪ್ರಕಾರ, ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿಯ ಉದ್ದಳತೆಗಳು ಕುಗ್ಗುತ್ತವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವ ಕಣಗಳು ಇರುವ ಘನದ, ಚಲನೆಗೆ ಸಮಾಂತರವಿರುವ ಭುಜಗಳು $\sqrt{1-u^2/c^2}$ ಈ ಗುಣಕದಿಂದ ಕುಗ್ಗುತ್ತವೆ. ಕಾರಣ S ನಲ್ಲಿಯ ವೀಕ್ಷಕನು ಆ ಘನವನ್ನು ಈ ಗುಣಕದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಬರುವ ಫಲಿತದಷ್ಟು ಘನವನ್ನು 'ನೋಡುತ್ತಾನೆ'. ಹೀಗಾಗಿ ಒಟ್ಟು ಘನ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವನ ಪ್ರಕಾರ ಪೂರಣ ಸಾಂದ್ರತೆ ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ; ಅಂದರೆ, ಪೂರಣಗಳ ಜೊತೆ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವ ವೀಕ್ಷಕನಂತೆ ಆ ಘನದಲ್ಲಿ n_0 ಗಳಿದ್ದರೆ, S– ವೀಕ್ಷಕನಂತೆ ಅದರಲ್ಲಿ $\dfrac{n_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$ ಪೂರಣಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ

$$n(\overline{u}) = \frac{n_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \tag{36}$$

ಆದ್ದರಿಂದ S– ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಈ ಪೂರಣಗಳು $en(\overline{u})$ ದಷ್ಟು ತಮ್ಮ ಕೊಡುಗೆಯನ್ನು ಪೂರಣ ಸಾಂದ್ರತೆ ρ ಗೆ ಕೊಡುತ್ತವೆ. ಇನ್ನು, ವಿದ್ಯುತ್ಪ್ರವಾಹ ಸಾಂದ್ರತೆ $\overline{j}$ ಗೆ ಆಗುವ ಕೊಡುಗೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯು

ಬೇಕಾದರೆ, ವೇಗ $\overline{u}$ ದ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಘಟಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಆ ಘಟಕಗಳಿಗೆ ಲಂಬ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಹಿಡಿದ ಒಂದು ಏಕಮಾನ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ದಾಟಿ ಹೋಗುವ ಪೂರಣಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಪ್ರವಾಹ ಸಾಂದ್ರತೆ ಘಟಕಗಳಿಗೆ ಬರುವ ಕೊಡುಗೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ x– ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿ ಹಿಡಿದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು 1 ಏಕಮಾನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ದಾಟುವ ಕಣಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $u_x \, n(\overline{u})$ ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರವಾಹ ಸಾಂದ್ರತೆಯ x– ಘಟಕಕ್ಕೆ ಇವುಗಳ ಕೊಡುಗೆ $eu_x \, n(\overline{u})$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ ಬೇರೆ ಘಟಕಗಳ ಕೊಡುಗೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಬಹುದು. ಈಗ ಎಲ್ಲ ಪೂರಣಗಳೂ ಒಂದೇ ವೇಗ $\overline{u}$ ದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದಕಾರಣ ಒಟ್ಟು ಪೂರಣ ಸಾಂದ್ರತೆ ಮತ್ತು ಒಟ್ಟು ಪ್ರವಾಹ ಸಾಂದ್ರತೆ ಇವುಗಳನ್ನು ಪರಿಕಲಿಸಲು ಎಲ್ಲ ಸಾಧ್ಯ $\overline{u}$ ಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು. ಆದ್ದರಿಂದ

$$\rho = \sum_{u} e \, n(\overline{u}), \quad \overline{j} = \sum_{u} e \, \overline{u} \, n(\overline{u}) \qquad (37)$$

ಈಗ S– ಗೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ S'– ಚೌಕಟ್ಟು x ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ v ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿರಲಿ. ಈ ಮೊದಲು ವಿವರಿಸಿದಂತೆ, S'–ನಲ್ಲಿಯ ವೀಕ್ಷಕನಂತೆ ಪೂರಣಗಳ ಸಂಖ್ಯಾ-ಸಾಂದ್ರತೆ $n'(\overline{u}')$ಗೆ

$$n'(u') = n_0 / \sqrt{1 - u'^2/c^2} \qquad (38)$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ S'–ಗೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ ಆ ಪೂರಣಗಳ ವೇಗ $\overline{u'}$ ಇರುತ್ತದೆ.

ಈಗ, $\overline{u}$, $\overline{u'}$ ಇವು S– ಮತ್ತು S'– ವೀಕ್ಷಕರು ಅಳೆಯುವ ಪೂರಣ ವೇಗಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಈ ವೇಗಗಳ ನಡುವೆ, ವೇಗಗಳ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ನಿಯಮದನ್ವಯ ಒಂದು ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಪಡೆಯಬಹುದಾಗಿದೆ :

$$\frac{1}{\sqrt{1 - u'^2/c^2}} = \frac{\gamma (1 - u_x v/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad (39)$$

ಇದರಲ್ಲಿ $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ (36) ಮತ್ತು (38) ಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ನಾವು

$$n'(\overline{u'}) = \gamma(1 - u_x v/c^2) \cdot \frac{n_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$
$$= \gamma(1 - u_x v/c^2)\, n(\overline{u}) \qquad (40)$$

ಆದರೆ ಲಾರೆಂರ್ಝ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಅಪಕಲ ರೂಪದಲ್ಲೂ ಬರೆಯಬಹುದು :

$$dx' = \gamma(dx - v\,dt), \quad dy' = dy, \quad dz' = dz,$$
$$dt' = \gamma(dt - v/c^2\, dx)$$

ಇವುಗಳಿಂದ ವೇಗಗಳ ಪರಿವರ್ತನಾ-ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು

$$\left.\begin{aligned} u'_x &= \frac{dx'}{dt'} = \frac{\gamma(dx - v\,dt)}{\gamma(dt - v/c^2\, dx)} = \frac{u_x - v}{1 - u_x v/c^2} \\ u'_y &= \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{\gamma(dt - v/c^2\, dx)} = \frac{u_y}{\gamma(1 - u_x v/c^2)} \\ u'_z &= \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{\gamma(dt - v/c^2\, dx)} = \frac{u_z}{\gamma(1 - u_x v/c^2)} \end{aligned}\right\} \quad (41)$$

ಎಂದು ಪಡೆಯಬಹುದು. ಇವನ್ನು (40) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದರೆ

$$u'_x\, n'(\overline{u'}) = \frac{u_x - v}{1 - u_x v/c^2} \cdot \gamma\left(1 - \frac{u_x n}{c^2}\right) n(\overline{u})$$
$$= \gamma(u_x - v)\, n(\overline{u})$$
$$u'_y\, n'(\overline{u'}) = u_y\, n(\overline{u}),$$
$$u'_z\, n'(\overline{u'}) = u_z\, n(\overline{u}) \qquad (42)$$

ಆದ್ದರಿಂದ

$$\rho' = \Sigma\, e\, n'(\overline{u'}) = \Sigma\, e\, \gamma\, (1 - u_x v/c^2)\, n(\overline{u})$$
$$= \gamma\, (\rho - j_x v/c^2);$$

$$j'_x = \Sigma\, e u'_x\, n'(\overline{u'}) = \Sigma\, e\, \gamma (u_x - v)\, n(\overline{u}) = \gamma\, (j_x - v\rho);$$

$$j'_y = \Sigma\, e u'_y\, n'(\overline{u}) = \Sigma\, e u_y\, n(\overline{u}) = j_y\, ;$$

$$j'_z = \Sigma\, e u'_z\, n'(\overline{u'}) = \Sigma\, e u_z\, n(\overline{u}) = j_z \qquad (43)$$

ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು x, y, z, t ಗಳಿಗಿರುವ ಲಾರೆಂಝ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳೊಡನೆ ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡಿದರೆ, ಎರಡೂ ಸೂತ್ರ-ಸಮೂಹಗಳು ಸದೃಶವಿರುವುದು ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. (43) ರಿಂದ

$$j_x = \gamma (j'_x + v\rho),\quad j_y = j'_y,\ j_z = j'_z,\ \rho = \gamma (\rho' + j'_x \cdot v/c^2) \qquad (44)$$

ಎಂದು ಬರೆಯುಬಹುದು.

ಈಗ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮ್ಯಾಕ್ಸವೆಲ್‌ನ ಸಮೀಕರಣಗಳತ್ತ ಹೊರಳುವಾ. $\Box' = \Box$ ಇರುವುದರಿಂದ ಮತ್ತು $\Box\, \overline{A} = -\frac{1}{c}\, \overline{j}$ ಎಂದು ಇರುವದರಿಂದ

$$\Box' A_x = \Box A_x = -(1/c)\, j_x = -\gamma/c\, (j'_x + v\rho')$$

$$\Box' A_y = \Box A_y = -(1/c)\, j'_y,\quad \Box' A_z = \Box A_z = -(1/c)\, j'_x$$

$$\Box' \phi = \Box \phi = -\rho = -\gamma (\rho' + j'_x v/c^2) \qquad (45)$$

ಈಗ $\Box' \phi$ ಇದನ್ನು $\gamma\, v/c$ ದಿಂದ, ಮತ್ತು $\Box' A_x$ ಇದನ್ನು γ ದಿಂದಲೂ ಗುಣಿಸಿ ಮೊದಲಿನ ಫಲಿತವನ್ನು ಎರಡನೆಯದರಲ್ಲಿ ಕಳೆದರೆ

$$\gamma \frac{v}{c}\Box'\phi - \gamma\Box' A_x = -\gamma^2 \frac{v}{c}\left(\varrho' + j'_x \frac{v}{c^2}\right) + \frac{\gamma^2}{c}\left(j'_x + v\varrho'\right)$$

$$= \frac{-\gamma^2 v\varrho'}{c} - \frac{\gamma^2 v^2}{c^3} j'_x + \frac{\gamma^2}{c} j'_x + \frac{\gamma^2 v\varrho'}{c}$$

$$= \frac{\gamma^2}{c} j'_x \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{j'_x}{c}$$

ಅಥವಾ

$$\Box'\gamma\left(A_x - \frac{v\phi}{c}\right) = -\frac{1}{c} j'_x \qquad (46)$$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ $\Box' A_x$ ಇದನ್ನು $\gamma \frac{v}{c}$ ದಿಂದ ಮತ್ತು $\Box\phi$ ಇದನ್ನು γ ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಮೊದಲನೆ ಫಲಿತವನ್ನು ಎರಡನೆಯದರಲ್ಲಿ ಕಳೆದರೆ

$$\Box'\gamma\left(\phi - \frac{vA_x}{c}\right) = -\varrho' \qquad (47)$$

ಎಂದು ಬರುವದು. ಈಗ (46) ರಲ್ಲಿಯ $\gamma\left(A_x - \frac{v\phi}{c}\right)$ ಇದನ್ನು A'_x ಎಂದೂ, $A'_y = A_y$, $A'_z = A_z$ ಮತ್ತು (47) ರಲ್ಲಿಯ $\gamma\left(\phi - \frac{v}{c}A_x\right)$ ಇದನ್ನು ϕ' ಎಂದೂ ಬರೆದರೆ ಸಮೀಕರಣ ಸಮೂಹ (45) ನ್ನು

$$\Box'\bar{A}' = -\frac{1}{c}\bar{j}', \quad \Box'\phi' = -\varrho' \qquad (48)$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

$$A'_x = \gamma \left\{ A_x - \frac{v\phi}{c} \right\}, \; A'_y = A_y, \; A'_z = A_z,$$

$$\phi' = \gamma \left(\phi - \frac{vA_a}{c} \right) \qquad (49)$$

ಈ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು A_x, A_y, A_z ಮತ್ತು $\frac{\phi}{c}$ ಗಳ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಅಲ್ಲದೆ

$$A'_x = \gamma \left(A'_x - \frac{v\phi}{c} \right), \; A_y = A'_y, \; A_z = A'_z,$$

$$\phi = \gamma \left(\phi + \frac{vA'_x}{c} \right) \qquad (50)$$

ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಈಗ ಸಮೀಕರಣ (32) ನ್ನು ಪುನಃ S'– ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯುವಾ :

$$\text{div}\, \bar{A}' + \frac{1}{c}\frac{\partial \phi'}{\partial t'} = \frac{\partial A'_x}{\partial x'} + \frac{\partial A'_y}{\partial y'} + \frac{\partial A'_z}{\partial z'}$$

$$+ \frac{1}{c}\frac{\partial \phi'}{\partial t'} = 0 \qquad (51)$$

ಈಗ, $$\frac{\partial}{\partial x'} = \frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial x'} + \frac{\partial}{\partial t} \cdot \frac{\partial t}{\partial x'} = \gamma \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{v}{c^2}\frac{\partial}{\partial t} \right),$$

$$\frac{\partial}{\partial y'} = \frac{\partial}{\partial y}, \qquad \frac{\partial}{\partial z'} = \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \cdot \frac{\partial t}{\partial t'}$$

$$= \gamma \left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial x} \right).$$

ಇವುಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣ (49) ರಲ್ಲಿಯ A'_x, A'_y, A'_z ಮತ್ತು ϕ' ಇವುಗಳ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (51) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದರೆ

$$\gamma\left\{\frac{\partial}{\partial x}+\frac{v}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\right\}\left[\gamma\left\{A_x-\frac{v\phi}{c}\right\}\right]+\frac{\partial}{\partial y}A_y$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}A_z+\frac{\gamma}{c}\left\{\frac{\partial}{\partial t}+v\frac{\partial}{\partial x}\right\}\left[\gamma\left\{\phi-\frac{v}{c}A\right\}\right]$$

$$=\gamma^2\left\{\frac{\partial}{\partial x}A_x-\frac{v}{c}\frac{\partial\phi}{\partial x}+\frac{v}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}A_x-\frac{v^2}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial t}\right\}+\frac{\partial A_y}{\partial y}$$

$$+\frac{\partial A_z}{\partial z}+\frac{\gamma^2}{c}\left\{\frac{\partial\phi}{\partial t}-\frac{v}{c}\frac{\partial A_x}{\partial t}+\frac{v\partial\phi}{\partial x}-\frac{v^2}{c}\frac{\partial A_x}{\partial x}\right\}$$

$$=\frac{\partial A_x}{\partial x}\cdot\gamma^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$+\frac{\gamma^2}{c}\frac{\partial\phi}{\partial t}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$=\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}+\frac{1}{c}\frac{\partial\phi}{\partial t}=\operatorname{div}\bar{A}+\frac{1}{c}\frac{\partial\phi}{\partial t}=0$$

ಕಾರಣ $\operatorname{div}\bar{A}+\frac{1}{c}\frac{\partial\phi}{\partial t}=\operatorname{div}'\bar{A}'+\frac{1}{c}\frac{\partial\phi'}{\partial t'}=0$ (52)

ಆದುದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ (32), ಲಾರೆಂಟ್ಝ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿ ಪರಿವರ್ತನೆಗೊಳಿಸಿದಾಗ, ತನ್ನ ರೂಪವನ್ನು S'- ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಕೂಡ ಮೊದಲಿನಂತೆಯೇ ಉಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ಆ ಸಮೀಕರಣ ಲಾರೆಂಟ್ಝ್ ಪರಿವರ್ತನಾ–ಅಚರ (invariant under Lorentz Transformations).

ಈಗ $\overline{E'}$, $\overline{H'}$ ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು

$$\overline{E'} = -\,\mathrm{grad}'\,\phi' - \frac{1}{c}\,\frac{\partial \overline{A'}}{\partial t'},\qquad \overline{H'} = \mathrm{curl}'\,\overline{A'} \qquad (53)$$

ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿ $\overline{E'}$ ಮತ್ತು $\overline{H'}$, S'–ವೀಕ್ಷಕನಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿದ್ಯುತ್ ಮತ್ತು ಕಾಂತಕ್ಷೇತ್ರ ತೀವ್ರತೆ ವೆಕ್ಟರುಗಳು. ಘಟಕಗಳ ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಮೇಲಿನವುಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು :

$$E'_x = -\frac{\partial \phi'}{\partial x'} - \frac{1}{c}\frac{\partial A'_x}{\partial t'} = -\gamma\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{v}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\right)\phi'$$

$$-\frac{1}{c}\,\gamma\left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial x}\right)A'_x$$

$$= -\gamma\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{v}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\right)\gamma\left(\phi - \frac{v}{c}A_x\right)$$

$$-\frac{1}{c}\,\gamma\left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial x}\right)\gamma\left(A_x - \frac{v}{c}\phi\right)$$

$$= -\frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{c}\frac{\partial A_x}{\partial t} = E_x\,.$$

$$H'_z = \frac{\partial A'_y}{\partial x'} - \frac{\partial A'_x}{\partial y'} = \gamma\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{v}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\right)A_y$$

$$-\frac{\partial}{\partial y}\,\gamma\left(A_x - \frac{v}{c}\phi\right)$$

$$= \gamma \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$$

$$+ \gamma \frac{v}{c} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{1}{c} \frac{\partial A_y}{\partial t} \right)$$

$$= \gamma \left(H_z - \frac{v}{c} E_y \right)$$

ಇದೇ ರೀತಿ ಬೇರೆ ಘಟಕಗಳನ್ನೂ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು. ಒಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ $\overline{E}$ ಮತ್ತು $\overline{H}$ ಗಳ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು :

$$E'_x = E_x, \quad E'_y = \gamma \left(E_y - \frac{v}{c} H_z \right),$$

$$E'_z = \gamma \left(E_z + \frac{v}{c} H_y \right);$$

$$H'_x = H_x, \quad H'_y = \gamma \left(H_y + \frac{v}{c} E_z \right),$$

$$H'_z = \gamma \left(H_z - \frac{v}{c} E_y \right). \tag{54}$$

ಅಧ್ಯಾಯ 5

ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಪರಿಣಾಮಗಳು

ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ, ಅವಕಾಶ ಮತ್ತು ಕಾಲಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಗೆ ಹೊಸ ಹೊಸ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆಯೆಂದೂ, ಅವು ಹೊಸ ಜ್ಯಾಮಿತಿಗೆ ಹೇಗೆ ಕಾರಣವಾದವೆಂದು ಎನ್ನುವುದನ್ನೂ ಹಿಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲಿ ನೋಡಿದೆವು. ಅವಕಾಶ, ಕಾಲ ಮತ್ತು ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಬದಲಾದವೆಂದರೆ, ವೇಗ, ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ, ಬಲ ಮುಂತಾದವುಗಳೂ ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿ ಮಾರ್ಪಾಟನ್ನು ಹೊಂದಬೇಕು. ಅಂದರೆ, ಏಕರೂಪೀ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಇಬ್ಬರು ವೀಕ್ಷಕರು ಅಳತೆ ಮಾಡುವ ಪರಿಣಾಮಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಇರಬೇಕು. ಇಂಥ ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್–ಲಾರೆಂಟ್ಝ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳಿಂದ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯ ಬಹುದು. ಏಕೆಂದರೆ, ಏಕರೂಪೀ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯಲ್ಲಿರುವ ವೀಕ್ಷಕರ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಚೌಕಟ್ಟಿನಿಂದ ಇನ್ನೊಂದಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬೇಕಾದರೆ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್–ಲಾರೆಂಟ್ಝ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳೇ ಸರಿಯಾದಂತಹವು ಎಂದು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.

ಈ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, ವೇಗಗಳಿಗೆ, ವೇಗಗಳ ಸಂಕಲನಗಳಿಗೆ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಈಗಾಗಲೆ ವೇಗಗಳಿಗೆ ಈ ಸೂತ್ರ ಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಾಯ 4 ರಲ್ಲಿ ಸಮೀಕರಣ (41) ರಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಈಗ ಪುನಃ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯುಬಹುದು :

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}, \quad u'_y = \frac{u_y}{\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)},$$

$$u'_z = \frac{u_z}{\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}$$

ಇಲ್ಲಿ v, S ಮತ್ತು S' ಚೌಕಟ್ಟುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಾಪೇಕ್ಷ ವೇಗ

$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$, ಈ ಸೂತ್ರಗಳಿಂದ

$$u'^2 = u_x'^2 + u_y'^2 + u_z'^2$$

$$= \frac{(u_x - v)^2}{\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)^2} + \frac{u_y^2 (1 - v^2/c^2)}{\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)^2} + \frac{u_z^2 (1 - {}^2/c^2)}{\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)^2}$$

$$= \left(u_x^2 - 2vu_x + v^2 + u_y^2 - u_y^2 \frac{v^2}{c^2} + u_z^2 - u_z^2 \frac{v^2}{c^2} \right) \Big/ \left(1 - \frac{vux}{c^2}\right)^2$$

$$= [u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) - 2vux + v^2 - v^2/c^2 (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 + v^2/c^2 \quad u_x^2] / (1 - vu_x/c^2)^2$$

$$= [u^2 - 2vu_x + v^2 - v^2/c^2 \quad u^2 + v^2/c^2 \quad u_x^2] / (1 - vux/c^2)^2$$

$$= [u^2 (1 - v^2/c^2) + v^2 - 2u_x v + u_x^2 - u_x^2 + v^2/c^2 \quad u_x^2] / (1 - vu_x/c^2)^2$$

$$= [u^2 (1 - v^2/c^2) + (v - u_x)^2 - u_x^2 (1 - v^2/c^2)] / (1 - vu_x/c^2)^2$$

$$= [(u^2 - u_x^2) (1 - v^2/c^2) + (v - u_x)^2] / (1 - vu_x/c^2)^2$$

ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಸಂದರ್ಭಕ್ಕೆ ಅನ್ವಯಿಸುವಾ. S ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ $\overline{u_1}$ ಮತ್ತು $\overline{u_2}$ ಎರಡು ವೇಗಗಳಿರಲಿ ; ಅವುಗಳ ಪರಿಮಾಣ ಒಂದೇ

ಇರಲಿ, ದಿಶೆಗಳಿಷ್ಟೇ ಬೇರೆ ಬೇರೆ. ಈ ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರದಿಂದ $|u'_1|$ ಗೆ ಉಕ್ತಿಯನ್ನು ಪರಿಕಲಿಸಬೇಕಾದರೆ ಬಲಬದಿಗೆ u_x ದ ಬದಲು u_{1x} ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ; ಹಾಗೂ $|u'_2|$ ಗೆ ಉಕ್ತಿಯನ್ನು ಪರಿಕಲಿಸುವಾಗ u_x ಗೆ u_{2x} ಹಾಕಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಈಗ u_{1x} ಮತ್ತು u_{2x} ಸರಿ ಇರುವುದಿಲ್ಲ ಏಕೆಂದರೆ $\overline{u_1}$ ಮತ್ತು $\overline{u_2}$, ಪರಿಮಾಣದಲ್ಲಿ ಸಮಾನವಿದ್ದರೂ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನವಿರುತ್ತವೆ. ಆದುದರಿಂದ $|u'_1|$ ಮತ್ತು $|u'_2|$ ಗಳ ಮೌಲ್ಯಗಳು ಒಂದೇ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ, S– ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ $\overline{u_1}$ ಮತ್ತು $\overline{u_2}$ ಗಳ ಪರಿಮಾಣಗಳು ಒಂದೇ ಇದ್ದು ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಅವು ಭಿನ್ನವಿರುತ್ತವೆ; ಆದರೆ S'– ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಆ ವೆಕ್ಟರುಗಳ ಪರಿಮಾಣಗಳು ಕೂಡ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ತೋರುತ್ತವೆ.

ಈ ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರಗಳ ಒಂದು ಉಪಯುಕ್ತ ರೂಪವನ್ನು ಹೀಗೆ ಪಡೆಯಬಹುದು. ಒಂದು ಕಣದ ಚಲನೆ x– ದಿಶೆಯಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿದರೆ, ಮತ್ತು S ಮತ್ತು S'– ಚೌಕಟ್ಟುಗಳ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆ ಕೂಡ x ದಿಶೆಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ, $u_x = u$ ಮತ್ತು $u'_x = u'$ ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ $u_y = u_z = u'_z = u'_y = 0$. ಆಗ

$$u' = (u - v) \Big/ \left(1 - \frac{vu}{c^2}\right)$$

ಅಥವಾ $$u = (u' + v) \Big/ \left(1 + \frac{vu'}{c^2}\right)$$

ಈ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳ ಅರ್ಥವನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. S– ಚೌಕಟ್ಟು ರೇಲ್ವೆ ನಿಲ್ದಾಣವೇ ಆಗಿರಲಿ, ಮತ್ತು ಚಲಿಸುವ ಗಾಡಿಯೇ S'– ಚೌಕಟ್ಟು ಇರಲಿ. ಆಗ ಗಾಡಿಯ ವೇಗ v ಆಗುತ್ತದೆ. ಪ್ರಯಾಣಿಕನೊಬ್ಬನು ಒಂದು ಚೆಂಡನ್ನು ತನ್ನ ಡಬ್ಬಿಯ ಅಂಚಿನಗುಂಟ ಉರುಳಿಸಿ ಅದರ ವೇಗವನ್ನು ಅಳೆಯುತ್ತಿದ್ದಾನೆಂದು ತಿಳಿಯುವಾ. ಆಗ, ಅವನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಮೌಲ್ಯ S'– ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದುದು ಇದ್ದು u' ಇರುತ್ತದೆ. ಆ ಉರುಳುವ ಚೆಂಡನ್ನು ನಿಲ್ದಾಣದ ಮೇಲೆ ನಿಂತ ವೀಕ್ಷಕನೊಬ್ಬನು ನೋಡಬಲ್ಲನು ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಆಗ, ಅವನು ಅಳೆಯುವ

ಮೌಲ್ಯ ನಿರ್ಧಾರಣಕ್ಕೆ, ಅಂದರೆ S_ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದುದು ಇದ್ದು, u ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ, ಆ ವೀಕ್ಷಕರೀರ್ವರೂ ತಾವು ಅಳೆದ ವೇಗಗಳನ್ನು ಆನಂತರ ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡಿದರೆ, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರಗಳಿಂದ ದೊರೆಯುವ ಸಂಬಂಧ ಇದ್ದುದು ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ.

ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ಪೂರ್ವದಲ್ಲಿಯ ಭೌತ ಶಾಸ್ತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ, ಭೂಮಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ, v ವೇಗದಿಂದ ಹರಿಯುತ್ತಿರುವ ನದಿಯ ಮೇಲೆ, ಅದೇ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ u ವೇಗದಿಂದ ಒಂದು ಡೋಣಿಯು ಚಲಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ ಆ ಡೋಣಿಯ ನಿಜವಾದ ವೇಗ $(u+v)$ ಎಂದಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಅದೆ, ಆ ಡೋಣಿ v ಯ ವಿರುದ್ಧ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಅದರ ನಿಜವಾದ ವೇಗ $(u-v)$ ಎಂದಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಆದರೆ, ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದವಂತೆ ಇದು ಬೇರೆಯೇ ಆಗುತ್ತದೆ. ಈಗ ನೇರವಾಗಿ ವೇಗಗಳ ಸಂಕಲನ ಅಥವಾ ವ್ಯತ್ಯಾಸದಿಂದ ಮಾತ್ರ ನಿಜವಾದ ವೇಗ ದೊರೆಯುವುದಿಲ್ಲ. ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಭೂಮಿಯ ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ, ಚೆಂಡಿನ ವೇಗ ಕೇವಲ $(u'+v)$ (ಗಾಡಿ ಮತ್ತು ಚೆಂಡು ಎರಡೂ ಒಂದೇ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವಾಗ) ಎಂದಾಗದೆ, $(u'+v)/(1+vu'/c^2)$ ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. ವೇಗ v ಆಗಲಿ, ಇಲ್ಲವೆ u' ಆಗಲಿ, c ಯ ಮೌಲ್ಯಕ್ಕಿಂತ ತೀರ ಕಡಿಮೆ ಇರುವುದರಿಂದ vu'/c^2 ತೀರ ಕಡಿಮೆ ಮೌಲ್ಯದ್ದಾಗುವುದರಿಂದ $(u'+v/1+vu'/c^2)$ ಇದು ಕೂಡ ವಾಸ್ತವಿಕವಾಗಿ $(u'+v)$ ದಷ್ಟೆ ಆದಂತಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, v ಇಲ್ಲವೆ u', ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ c ಯ ಹತ್ತಿರದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಆಗ $(u'+v)/(1+vu'/c^2)$, ಇದು $(u'+v)$ ಗಿಂತ ಬಹಳ ಭಿನ್ನವಾಗುತ್ತದೆ; ಉದಾಹರಣೆಗೆ, v ಮತ್ತು u' ಎರಡೂ c ವೇಗದಿಂದಲೇ ಚಲಿಸುತ್ತಿವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ. ಆಗ $u'v/c^2 = c^2/c^2 = 1$;

ಆದ್ದರಿಂದ, $$\frac{u'+v}{1+\frac{vu'}{c^2}} = \frac{2c}{2} = c.$$

ಅಂದರೆ, ಎರಡೂ ವೇಗಗಳನ್ನು (c ಮತ್ತು c) ಕೇವಲ ನೇರವಾಗಿ ಸಂಕಲಿಸಿದರೆ ಮಾತ್ರ ನಿಜವಾದ ವೇಗ ಬರುವುದಿಲ್ಲ. ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಪೂರ್ವದ

ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ ವೇಗ $2c$ ಆಗಬೇಕಾಗಿತ್ತು, ಆದರೆ ಅದು ನಿಜವಾಗಿಯೂ c ಆಗಿದೆ ! ಈಗ, **ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ** $u' = 2c = v$ ಎಂದಿರಲಿ;

ಆಗ $u = \dfrac{2c + 2c}{1 + \dfrac{4c^2}{c^2}} = \dfrac{4c}{5} = \dfrac{4}{5}c$. ಅಂದರೆ c ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ವೇಗಗಳೆರಡರ ಸಂಯೋಜನೆಯಿಂದ c ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ವೇಗ ಫಲಿಸುತ್ತದೆ !

ಹೀಗಾಗಿ, c ಯೇ ಎಲ್ಲ ವೇಗಗಳ ಮಿತಿಯೆಂದು ಇದರಿಂದ ಭಾವನೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಭಾವನೆಯೇನೋ ಸರಿಯೆ. ಆದರೆ ಅದರ ಋಜುವಾತು ಹೀಗಲ್ಲ. ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರಗಳಿಂದ, ಯಾವುದೇ ಕಣದ ವೇಗದ ಗರಿಷ್ಠ ಮಿತಿ c ಎಂದಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ಸೂತ್ರಗಳು ಕೇವಲ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳು. ಯಾವುದೇ ಎರಡು ವೇಗಗಳ ಸಂಯೋಜನೆಯಿಂದ c ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ವೇಗವನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು ಅಸಾಧ್ಯವೆಂದು ಮಾತ್ರ ಈ ಸೂತ್ರಗಳು ಹೇಳುತ್ತವೆ. ಯಾವುದೇ **ಒಂದು** ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಏನಾಗಬಹುದೆಂದು ಅವು ಹೇಳುವುದಿಲ್ಲ. ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳಲ್ಲಿಯ ವೇಗಗಳ ಸಂಯೋಜನೆಗೆ ಮಾತ್ರ ಅವು ಸಂಬಂಧಿಸಿರುತ್ತವೆ. ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂತೆ c ಯೇ ಎಲ್ಲ ವೇಗಗಳ ಮಿತಿಯೆಂಬುದನ್ನು ಮುಂದೆ ಪುಟ .... ದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದಂತೆ ಸಿದ್ಧಮಾಡಿ ತೋರಿಸಬಹುದು.

ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರಗಳಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ಮಹತ್ವದ ಅಂಶ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ; ಅದೆಂದರೆ, ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ c ಯಾವುದೇ ಪರಿವರ್ತನೆಯಿಂದ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. v ಎಷ್ಟೇ ಇದ್ದರೂ, $u' = c$ ಎಂದಾದರೆ, $u = c$ ಎಂದೇ ಆಗುತ್ತದೆ. ಹೇಗೆಂದರೆ, $u = (u' + v) \,/\, (1 + vu'/c^2)$ ಇರುವುದರಿಂದ

$$u = \frac{c + v}{c + \dfrac{vc}{c^2}} = \left(\frac{c+v}{c+v}\right) c = c$$

ಅಂದರೆ, ಎಲ್ಲ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ c ಎಂದೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಇದು ಪ್ರಕಾಶದ್ದೇ ಯಾವುದೇ ವಿಶಿಷ್ಟ ಗುಣಧರ್ಮವಲ್ಲ.

c ಬದಲಾಗುವಂತೆಯೇ ಇಲ್ಲವೆಂದಲ್ಲ. ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಮಾಧ್ಯಮಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಇದ್ದೇ ಇರುತ್ತದೆ; ಹೀಗಿರುವುದರಿಂದಲೇ ಪ್ರಕಾಶ ಒಂದು ಮಾಧ್ಯಮದಿಂದ ಇನ್ನೊಂದಕ್ಕೆ ಹೋಗುವಲ್ಲಿ ವಕ್ರೀಭವನ ಹೊಂದುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ c ಎಂದಿದ್ದರೆ ಅದೇ ಮಾಧ್ಯಮದಲ್ಲಿಯ ಇನ್ನೊಂದು, ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯಲ್ಲಿದ್ದ ಚೌಕಟ್ಟಿನಿಂದ ನೋಡಿದಾಗ ಕೂಡ ಆ ಮೊದಲಿನ ವೇಗ (c) ವೇ ಬರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರದಿಂದ ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ. ನಿಜವಾಗಿಯೂ, ಇದು, ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ಗ್ರಹಿಕೆಗಳ ಪೈಕಿ ಒಂದು. ಈ ಗ್ರಹಿಕೆಯನ್ನಾಧರಿಸಿ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಸಿದ ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರಗಳು ಗ್ರಹಿಕೆಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುತ್ತವೆ ಎನ್ನುವುದು ಇದರಿಂದ ಸಿದ್ಧವಾಗುತ್ತದೆ.

ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷದ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳು : ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಪೂರ್ವದ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ, ಸಮರೂಪಿ, ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ ಒಂದೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಗೆಲಿಲಿಯನ್ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಎರಡು ಸಲ ಅವಕಲಿಸಿದರೆ,

$$(\ddot{x}', \ddot{y}', \ddot{z}') = (\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$$

ಎಂದು ಬರುವದು, ಇದರಲ್ಲಿ ಚುಕ್ಕೆ ಕಾಲಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಅವಕಲನವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ–ಸೂತ್ರಗಳು ಈ ಕೆಳಗೆ ಸೂಚಿಸಿದಂತೆ ಇರುತ್ತವೆ :

$$\dot{V}'_x = \frac{dV'_x}{dt'} = \frac{dV'_x}{dt} \cdot \frac{dt}{dt'}$$

ಇದೇ ರೀತಿ, $\dot{V}'_y$ ಮತ್ತು $\dot{V}'_z$ ಗಳಿಗೂ ಬರೆಯುಬಹುದು.

ಈಗ, $$\frac{dV'_x}{dt} = \frac{\frac{dV_x}{dt}\left(1-\frac{vV_x}{c^2}\right) - (V_x - v)\left(-\frac{v}{c^2}\frac{dV_x}{dt}\right)}{\left(1-\frac{vV_x}{c^2}\right)^2}$$

$$= \left[\dot{V}_x \left(1 - \frac{vV_x}{c^2} \right) + (V_x - v) \frac{v}{c^2} \dot{V}_x \right] \Big/ \left(1 - \frac{vV_x}{c^2} \right)^2$$

$$= \dot{V}_x \left[1 - \frac{vV_x}{c^2} + \frac{v}{c^2} \dot{V}_x - \frac{v^2}{c^2} \right] \Big/ \left(1 - \frac{vV_x}{c^2} \right)^2$$

$$= \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \dot{V}_x \Big/ \left(1 - \frac{vV_x}{c^2} \right)^2$$

ಮತ್ತು $\frac{dt}{dt'}$ ಇದನ್ನು $dt = \dfrac{dt' + \frac{v}{c^2} dx'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ ಈ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರ ದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ, $\dfrac{dt}{dt'} = \dfrac{1 + \frac{dx'}{dt'} \cdot \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

$$= (1 + V'_x v/c^2) / \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

ಆದ್ದರಿಂದ, $$\frac{dV'_x}{dt'} = \frac{\dot{V}_x \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)}{\left(1 - \frac{vV_x}{c^2} \right)^2} \cdot \frac{\left(1 + V'_x \frac{v}{c^2} \right)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

ಆದರೆ, $$V'_x = \frac{V_x - v}{1 - \frac{vV_x}{c^2}},$$

ಆದ್ದರಿಂದ $$\frac{dV'_x}{dt'} = \frac{\dot{V}_x \left\{1 - \frac{v^2}{c^2}\right\} \left\{1 + V'_x \frac{v}{c^2}\right\}}{\left\{1 - \frac{vV_x}{c^2}\right\}^2 \left\{1 - \frac{v^2}{c^4}\right\}^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \dot{V}_x \left\{1 - \frac{v^2}{c^2}\right\}^{\frac{1}{2}} \left\{1 + \frac{V_x - v}{1 - \frac{vV_x}{c^2}} \cdot \frac{v}{c^2}\right\} \Big/ \left\{1 - \frac{vV_x}{c^2}\right\}^2$$

$$= \dot{V}_x \left\{1 - \frac{v^2}{c^2}\right\}^{\frac{1}{2}} \left\{1 + \frac{vV_x - v^2}{c^2 - vV_x}\right\} \Big/ \left\{1 - \frac{vV_x}{c^2}\right\}^2$$

$$= \dot{V}_x \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{c^2 - vV_x + vV_x - v^2}{c^2}\right) \Big/ \left\{1 - \frac{vV_x}{c^2}\right\}^2$$

$$= \dot{V}_x \left\{1 - \frac{v^2}{c^2}\right\}^{\frac{1}{2}} \left(\frac{c^2 - v^2}{c^2}\right) \Big/ \left\{1 - \frac{vV_x}{c^2}\right\}^2$$

$$= \dot{V}_x \left\{1 - \frac{v^2}{c^2}\right\}^{\frac{1}{2}} \left\{1 - \frac{v^2}{c^2}\right\} \Big/ \left\{1 - \frac{vV_x}{c^2}\right\}^2$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(1 - \frac{vV_x}{c^2}\right)^3} \cdot \dot{V}_x$$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ, $$\dot{V}'_y = \frac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{vV_x}{c^2}\right)^2} \left\{ \dot{V}_y + \frac{\frac{V_y v}{c^2}}{\left(1 - \frac{V_x v}{c^2}\right)} \cdot \dot{V}_x \right\}$$

ಮತ್ತು $$\dot{V}'_z = \frac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{vV_x}{c^2}\right)^2} \left\{ \dot{V}_z + \frac{\frac{V_z v}{c^2}}{\left(1 - \frac{V_x v}{c^2}\right)} \cdot \dot{V}_x \right\}$$

ಎಂದೂ ತೋರಿಸಬಹುದು.

ಈ ಸೂತ್ರಗಳಿಂದ ಗೊತ್ತಾಗುವ ಒಂದು ವಿಷಯವೆಂದರೆ, S' ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿಯ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷದ ಘಟಕಗಳು, S ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿಯ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷಗಳ ಮತ್ತು ವೇಗಗಳ ಘಟಕಗಳೆರಡನ್ನೂ ಒಳಗೊಂಡಿರುವುದರಿಂದ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಒಂದು ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ ಸ್ಥಿರವಿದ್ದರೆ ಇನ್ನೊಂದರಲ್ಲಿ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ವೇಗದೊಡನೆ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ವಿಚರಣ ಮತ್ತು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ-ಶಕ್ತಿಗಳ ಸಮಾನತೆ

ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ವೇಗದೊಡನೆ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು, ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಇನ್ನೊಂದು ಅತಿ ಮಹತ್ವದ ಪರಿಣಾಮ. ಅಂದರೆ, ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವ ಕಾಯವೊಂದರ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ, ಅದು ನಿಶ್ಚಲವಿರುವಾಗಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಿಂತ ಭಿನ್ನವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ 'ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ' ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ತಿಳಿಯಲ್ಪಡುವ ವ್ಯಾಖ್ಯೆ ಅನ್ವಯಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯೆಂದರೆ ಕಾಯದಲ್ಲಿಯ ಒಟ್ಟು ದ್ರವ್ಯವಲ್ಲ. ಹಾಗಾದರೆ ಇಲ್ಲಿ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಎಂದರೇನು? ಕಾಯವೊಂದಕ್ಕೆ ಬಲವನ್ನು ಹಚ್ಚಿ ನಾವು ಅವರ ವಿರಾಮ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನೊ, ಇಲ್ಲವೆ ಸಮರೂಪಿ ರೇಖೀಯ ಚಲನೆಯನ್ನೊ, ಬದಲಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದಾಗ ಆ ಕಾಯವು ಬಲವು ತರಲಿಚ್ಛಿಸುವ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ವಿರೋಧಿಸುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ ಬಲಕ್ಕೆ ವಿರೋಧ ವ್ಯಕ್ತಮಾಡುವ ಕಾಯದ ಗುಣಧರ್ಮವೇ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ.

ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನು ಅಳೆಯಲು ಅನುಕೂಲ ವಿಧಾನವೆಂದರೆ ಎರಡು ಸ್ಥಿತಿಸ್ಥಾಪಕ ಕಾಯಗಳ ಆಘಾತವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸುವುದು. ಈ ಆಘಾತದಿಂದುಂಟಾಗುವ ಚಲನೆಯಲ್ಲಿಯ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ನ್ಯೂಟನ್ನನ ಎರಡನೆಯ ನಿಯಮವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. ಆಘಾತಕ್ಕೊಳಗಾದ ಎರಡೂ ಕಾಯಗಳ ಚಲನೆಯಲ್ಲಿಯ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ ಚಲನೆಯೆಂದರೆ ಕಾಯದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಮತ್ತು ಅದರ ವೇಗ ಇವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ.

ಕಾಯಗಳೆರಡು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ನೇರವಾಗಿ ಢಿಕ್ಕಿ ಹೊಡೆಯಲಿ. ಕಾಯಗಳ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಳು m_1 ಮತ್ತು m_2, ಮತ್ತು ಢಿಕ್ಕಿಗೆ ಮೊದಲಿನ ಅವುಗಳ ವೇಗಗಳು (ಸ್ಥಿರ) V_1 ಮತ್ತು V_2 ಇರಲಿ. ಈ ವೇಗಗಳು ಯಾವುದೊ ಒಂದು ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಹೇಳಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ. ಆಘಾತದ ನಂತರ ಕಾಯಗಳ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಳು ಕೂಡ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಅವು ಆಗ m'_1 ಮತ್ತು m'_2 ಆಗಲಿ, ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವೇಗ

ಗಳು V'_1 ಮತ್ತು V'_2 ಇರಲಿ. ಆಗ ಆವೇಗ ನಿತ್ಯತಾ ನಿಯಮದ ಪ್ರಕಾರ,

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = m'_1 V'_1 + m'_2 V'_2.$$

ಈಗ, ಒಟ್ಟು ಆವೇಗ ಸ್ಥಿರವಿದ್ದಂತೆ, ಒಟ್ಟು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಕೂಡ ಸ್ಥಿರವಿರುತ್ತದೆಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಆಗ

$$m_1 + m_2 = m'_1 + m'_2.$$

ಕಾಯಗಳೆರಡೂ **ಸಂಘಟ್ಟನೆಯಲ್ಲಿದ್ದಾಗ,** ಆ ಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ಅವೆರಡೂ ಒಂದೇ ವೇಗವನ್ನು ಪಡೆದಿರುತ್ತವೆ. ಅದಕ್ಕೆ V ಎಂದು ಕರೆಯುವಾ. ಆದ್ದರಿಂದ,

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = (m'_1 + m'_2) V = (m_1 + m_2) V.$$

ಆದ್ದರಿಂದ, $$\frac{(m_1 + m_2) V}{m_1 V_1 + m_2 V_2} = 1.$$

ಅಂದರೆ, $$m_1 V + m_2 V = m_1 V_1 + m_2 V_2$$

$$m_1 (V - V_1) = m_2 (V_2 - V)$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{V_2 - V}{V - V_1} = \frac{V - V_2}{V_1 - V}$$

ಇದರಲ್ಲಿಯ V, V_1 ಮತ್ತು V_2 ಈ ಎಲ್ಲ ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನೂ ಅಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದಾದ್ದರಿಂದ m_1, m_2 ಗಳ 'ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಸಾಧ್ಯ. ಆಗ, m_1 ಅಥವಾ m_2 ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನು ನಿಷ್ಪ್ರಮಾಣ ಏಕಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ಗ್ರಹಿಸಿ, ಇನ್ನೊಂದರ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಈ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಘಟನೆಯನ್ನೇ ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸೋಣ. S ಮತ್ತು S' ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳು v ವೇಗದಿಂದ ಏಕರೂಪಿ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಚಲನೆಯಲ್ಲಿರಲಿ. ಕಾಯಗಳ ಆಘಾತವನ್ನು S ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆಯೂ

ಮತ್ತು S' ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆಯೂ ಪರೀಕ್ಷಿಸುವಾ. ಮೊದಲಿನಂತೆಯೆ, ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ನಿತ್ಯತ್ವವನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಿ,

$$m_1 + m_2 = M$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಆಘಾತದ ಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ, ಎರಡೂ ಕಾಯಗಳು ಒಂದೇ ವೇಗವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಆವೇಗ ನಿತ್ಯತೆಯಿಂದ

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = MV$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಮೊದಲು, S'– ವ್ಯವಸ್ಥೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಈ ಆಘಾತವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವಾ. ಸುಲಭತೆಗೋಸ್ಕರ V, v ಯಷ್ಟೇ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಹೀಗೆ ತಿಳಿದೊಡನೆ, ಆಘಾತದ ಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ಕಾಯಗಳ ವೇಗ V ಇರುವುದರಿಂದ, (ಭೂಮಿಗೊ, ಇನ್ನಾವ ಚೌಕಟ್ಟಿಗೊ ಹೋಲಿಸಿದಂತೆ) S'– ವ್ಯವಸ್ಥೆ ಕೂಡ ಅದೇ ವೇಗದಿಂದ (S ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ) ಓಡುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ, ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಕಾಯಗಳ ವೇಗ ಆ ಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ಶೂನ್ಯ. ಅಂದರೆ, S'– ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಅವು ನಿಶ್ಚಲವಿರುತ್ತವೆ. ಅಂದರೆ ಆ ಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಆವೇಗ (ಎರಡೂ ಕಾಯಗಳ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ಒಟ್ಟು ಆವೇಗ) ಶೂನ್ಯ, ಹಾಗಾದರೆ, ಆಘಾತದ ಮೊದಲು ಕೂಡ ಕಾಯಗಳ ಆವೇಗ S'–ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ, ಶೂನ್ಯವಿರಬೇಕು. ಅಂದರೆ, ಒಂದರ ಆವೇಗ ಇನ್ನೊಂದಕ್ಕೆ ಸರಿ ಇದ್ದು ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿರಬೇಕು. ಆದ್ದರಿಂದ

$$m'_1 V'_1 = - m'_2 V'_2$$

ಅಥವಾ $$\frac{m'_1}{m'_2} = - \frac{V'_2}{V'_1}$$

ಇದರ ಅರ್ಥವಿಷ್ಟೆ: ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಳ ಅನುಪಾತ ಅವುಗಳ ವೇಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಬೇಕು, ಅಥವಾ ಇದನ್ನೇ ಹೀಗೂ

ಹೇಳಬಹುದು; ಪ್ರತಿಯೊಂದು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ತನ್ನ ವೇಗಕ್ಕೆ ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಹೀಗಿರುವುದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲವೆಂದು ಪ್ರಯೋಗಗಳಿಂದ ಖಚಿತವಾದ ವಿಷಯ. ಹಾಗಾದರೆ, ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣದ ಅರ್ಥವೇನು ? $m'_1 = m'_2$ ಎಂದೂ $V'_2 = -V'_1$ ಎಂದೂ ಇರಬೇಕು. ಈಗ, ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ನಿಯಮದ ಪ್ರಕಾರ, ವೇಗಗಳ ಸಂಕಲನವನ್ನು

$$V' = \frac{V - v}{1 - \frac{vV'}{c^2}} \text{ ಅಥವಾ } V = \frac{V' + v}{1 + \frac{vV'}{c^2}}$$

ಈ ಸೂತ್ರದಿಂದ ಪಡೆಯಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ,

$$V_1 = \frac{V'_2 + v}{1 + vV'_1/c^2} \text{, } V_2 = \frac{V'_2 + v}{1 + vV'_2/c^2} .$$

ಸಮೀಕರಣ $m_1V_1 + m_2V_2 = MV$ ಇದರಲ್ಲಿ ಈ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸೋಣ :

$$m_1 \cdot \frac{V'_1 + v}{1 + \frac{vV'_1}{c^2}} + m_2 \cdot \frac{\left(V'_2 + v\right)}{1 + \frac{vV'_2}{c^2}} = (m_1 + m_2)\, v$$

$$m_1 \cdot \frac{V'_1 + v}{1 + \frac{vV'_1}{c^2}} + \frac{m_2\left[\left(-V'_1\right) + v\right]}{1 - \frac{vV'_1}{c^2}} = (m_1 + m_2)\, v$$

$$m_1 \left\{ -v + \frac{V'_1 + v}{1 + \frac{vV'_1}{c^2}} \right\} = m_2 \left\{ v - \frac{v - V'_1}{1 - \frac{vV'_1}{c^2}} \right\}$$

$$m_1 \frac{\left[-v-\frac{v^2V_1'}{c^2}+V_1'+v\right]}{1+\frac{vV_1'}{c^2}} = m_2 \frac{\left[v-\frac{v^2V_1'}{c^2}-v+V_1'\right]}{1-\frac{vV_1'}{c^2}}$$

$$\frac{m_1\left[V_1'\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\right]}{\left(1+\frac{vV_1'}{c^2}\right)} = \frac{m_2\left[V_1'\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\right]}{\left(1-\frac{vV_1'}{c^2}\right)}$$

$$\therefore \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{1+\frac{vV_1'}{c^2}}{1-\frac{vV_1'}{c^2}}$$

ಆದರೆ, $V' = \dfrac{V-v}{1-\frac{vV}{c^2}}$ ಮತ್ತು $V = \dfrac{V'+v}{1+\frac{vV'}{c^2}}$, ಈ ಸೂತ್ರಗಳಿಂದ

$$1-\frac{V^2}{c^2} = 1-\frac{1}{c^2}\left\{\frac{V'+v}{1+\frac{vV'}{c^2}}\right\}^2 = 1-\left\{\frac{V'+v}{c}\cdot\frac{1}{\left(1+\frac{vV'}{c^2}\right)}\right\}^2$$

$$= 1-\frac{\left(\frac{V'+v}{c}\right)^2}{\left(1+\frac{vV'}{c^2}\right)^2} = \frac{\left(1+\frac{vV'}{c^2}\right)^2-\left(\frac{V'+v}{c}\right)^2}{\left(1+\frac{vV'}{c^2}\right)^2}$$

$$=\left[1+\frac{2vV'}{c^2}+\frac{v^2V'^2}{c^4}-\frac{V'^2}{c^2}-\frac{2vV'}{c^2}-\frac{v^2}{c^2}\right]\Big/\left(1+\frac{vV'}{c^2}\right)^2$$

$$=\left[\left(1-\frac{V'^2}{c^2}\right)-\frac{v^2}{c^2}\left(1-\frac{V'^2}{c^2}\right)\right]\Big/\left(1+\frac{vV'}{c^2}\right)^2$$

$$=\left(1-\frac{V'^2}{c^2}\right)\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\Big/\left(1+\frac{vV'}{c^2}\right)^2$$

$$\therefore\ \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}=\frac{\sqrt{\left(1-\frac{V'^2}{c^2}\right)\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}}{\left(1+\frac{vV'}{c^2}\right)}$$

$$\therefore\ 1+\frac{vV'}{c^2}=\left\{\frac{\left(1-\frac{V'^2}{c^2}\right)\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}{(1-V^2/c^2)}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

ಆದರೆ, $V_2'=-V_1'$ ಎಂದು ಮೇಲೆ ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ,

$$1+\frac{vV_1'}{c^2}=\left(\left\{1-\frac{V_1'^2}{c^2}\right\}\left\{1-\frac{v^2}{c^2}\right\}\Big/\left\{1-\frac{V_1^2}{c^2}\right\}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$1+\frac{vV_2'}{c^2}=\left\{\left(1-\frac{V_2'^2}{c^2}\right)\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\Big/\left(1-\frac{V_2^2}{c^2}\right)\right\}^{\frac{1}{2}}$$

ಅಂದರೆ. $1 - \frac{vV_1'}{c} = \left\{\left\{1 - \frac{V_1'^2}{c^2}\right\}\left\{1 - \frac{v^2}{c^2}\right\} \Big/ \left\{1 - \frac{V_2^2}{c^2}\right\}\right\}^{\frac{1}{2}}$

ಆದ್ದರಿಂದ, $$\frac{1 + \frac{vV_1'}{c^2}}{1 - \frac{vV_1'}{c^2}} = \left\{\left\{1 - \frac{V_2^2}{c^2}\right\} \Big/ \left\{1 - \frac{V_1^2}{c^2}\right\}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

ಆದ್ದರಿಂದ, $$\frac{m_1}{m_2} = \left\{\left\{1 - \frac{V_2^2}{c^2}\right\} \Big/ \left\{1 - \frac{V_1^2}{c^2}\right\}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

ಅಂದರೆ, $m_1 \sqrt{1 - \frac{V_1^2}{c^2}} = m_2 \sqrt{1 - \frac{V_2^2}{c^2}} = m_0$ ಎನ್ನೋಣ.

ಅಥವಾ, $m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V_1^2}{c^2}}}$, $m_2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V_2^2}{c^2}}}$

ಈಗ, ನಾವು ವಿವೇಚಿಸಿದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಳಾದ m_1 ಮತ್ತು m_2 ಇವು ಎಲ್ಲ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದೇ ತರಹದವು ಇರುತ್ತವೆಂದು ತಿಳಿದರೆ, ಈ ಮೇಲಿನ ಸಂಬಂಧಗಳು ಒಂದೇ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗೆ ಕೂಡ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತವೆ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಿದೆ. ಈ ಸೂತ್ರಗಳು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳಲ್ಲ. ಇಂಥ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಈ ಮುಂದೆ ಹೇಳಿದಂತೆ ವಿಚಾರ ಮಾಡಬಹುದು.

ಒಂದು ಕಾಯದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಳು, S ಮತ್ತು S'– ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳಲ್ಲಿ m ಮತ್ತು m' ಎಂದಿರಲಿ ಮತ್ತು ಆ ಕಾಯವು S' ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ವೇಗವನ್ನು ಪಡೆದಿರಲಿ. ಆದ್ದರಿಂದ V' ಈ ಮುಂದಿನ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳಿಂದ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

$$V'_x = \frac{V_x - v}{1 - \frac{vV_x}{c^2}} \text{ ಮುಂ.}$$

ಆಗ, $$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad m' = \frac{m_0}{\sqrt{1 - V'^2/c^2}}$$

ಆದ್ದರಿಂದ, $$m' = m\left[(1 - V^2/c^2)/(1 - V'^2/c^2)\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= m\frac{\left(1 - \frac{vV_x}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

(V' ಗೆ ಇರುವ) ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ ಆದೇಶಿಸುವುದರಿಂದ ಇವು ಬರುತ್ತವೆ.

S– ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಆ ಕಾಯವು ವಿರಾಮ ಸ್ಥಿತಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ, V_x ಇಲ್ಲವಾಗುತ್ತದೆ. ಆಗ ಸೂತ್ರವು

$$m' = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \text{ ಎಂದು ಆಗುತ್ತದೆ.}$$

ಹೀಗಾಗಿ, ಕಾಲದ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಈ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರ ಒಂದೇ ರೂಪದ್ದಿವೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, $\sqrt{1 - v^2/c^2}$, ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವುದರಿಂದ m', m ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ವೇಗದೊಡನೆ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ವೃದ್ಧಿಸಿದಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ.

$$\text{ಈಗ, } m_1 \sqrt{1 - V_1^2 / c^2} = m^2\sqrt{1 - V_2^2 / c^2} = m_o$$

m_1 ಕಾಯ V_1 ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿದೆ. m_2, V_2 ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿದೆ. ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂತೆ, m_1 ಮತ್ತು m_2 ಎರಡೂ ರೀತಿಗಳಲ್ಲೂ ಒಂದೇ ಇರುವುದರಿಂದ, ಒಂದೇ ಕಾಯದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗೂ ಈ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಬಹುದು. ಆಗ

$$m \sqrt{1 - V_1^2/c_2} = m\sqrt{1 - V_2^2/c^2} = m_o$$

ಅದೇ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ m ಎರಡು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವೇಗ, V_1 ಮತ್ತು V_2 ಗಳಿಂದ ಚಲಿಸುವಾಗ, m_oವನ್ನು $m \sqrt{1 - V_1^2 / c^2}$ ಮತ್ತು $m\sqrt{1 - V_2^2 / c^2}$ ಇವುಗಳಿಂದ ಪಡೆಯಬಹುದು. ಕಾಯವು ನಿಶ್ಚಲವಿದ್ದರೆ, V ಶೂನ್ಯವಾಗುವುದರಿಂದ $m_o = m$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, ಮೇಲೆ ಬರೆದ m_o, m ದ ವಿರಾಮ-ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ. ಈಗ ಒಂದೇ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ m ದ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು :

$$m = \frac{m_o}{(1 - V^2/c^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= m_0 \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \cong m_0 + \frac{1}{c^2} \cdot \tfrac{1}{2} m_0 V^2 .$$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಕಾಯವು V ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುವಾಗ ಅದರ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ವಿರಾಮ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ m_0 ಇದಕ್ಕೆ $1/c^2 \cdot \frac{1}{2} m_0 V^2$ ಈ ಪದವನ್ನು ಕೂಡಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಈಗ, $\frac{1}{2} m_0 V^2$, ಕಾಯದ ಗತಿ-ಶಕ್ತಿ. ಆದ್ದರಿಂದ ಗತಿ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು c^2 ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, m_0 ಕ್ಕೆ ಕೂಡಿಸಬೇಕಾದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಬರುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, ಯಾವುದೆ ಪ್ರಕಾರದ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಗತಿಶಕ್ತಿಯನ್ನಾಗಿ ನಿರೂಪಿಸಲು ಬರುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಶಕ್ತಿ/c^2 ಇದು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯ ರೂಪ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕೂಡಲೇ ಹೇಳಬಹುದಿತ್ತು. ಆದರೆ ಹೀಗೆ ಮಾಡುವುದು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಯಶಸ್ವಿಯಾಗಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಶಕ್ತಿ/c^2 ಇದ-

ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಎಂದು ಇನ್ನು ಕೆಲವು ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ತೋರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. ಇದು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ ಎಂದು ಗ್ರಹಿಸಿ

$$m = \frac{\text{ಶಕ್ತಿ}}{c^2} = \frac{E}{c^2}$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

$$\therefore \quad E = m c^2$$

ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಮೇಲಿನ ಈ ಎರಡು ಮಹತ್ವದ ಫಲಿತಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸೋಣ. ಒಂದನೆಯದು $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$.

ವಿರಾಮ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಿಂತ ಚಲಿಸುವಾಗ ಇರುವ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಹೆಚ್ಚು ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಇದರಿಂದ ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತದೆ. v ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ವೃದ್ಧಿಸುತ್ತದೆ. v, c ಯ ಸಮೀಪ ಬಂದಾಗ, ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಅನಂತದೆಡೆ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಈ ಸಂಗತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ c ಎಲ್ಲ ವೇಗಗಳ ಮಿತಿ ಎಂದು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ತೋರಿಸಬಹುದು.

ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ ಎಲ್ಲ ವೇಗಗಳ ಮಿತಿ :— ಕಾಯದ ವೇಗ v ಸಣ್ಣ ಮೌಲ್ಯದ್ದಿರುವ ವರೆಗೆ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗೂ ಮತ್ತು ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಪೂರ್ವದ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗೂ ದೊಡ್ಡ ಪ್ರಮಾಣದ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ v ಯ ಮೌಲ್ಯ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗದ ಹತ್ತಿರ ಬಂದರೆ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ತೋರತೊಡಗುತ್ತದೆ. ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂತೆ, v, c ಗೆ ತೀರ ಸಮೀಪ ಬಂದಾಗ, ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಅನಂತದೆಡೆ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗೆ ಮೊದಲು ಹೇಳಿದ ಅರ್ಥವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ನೆನಪಿಗೆ ತಂದುಕೊಂಡರೆ, ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸುವ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯನ್ನು ದ್ರವ್ಯ-ರಾಶಿಯೇ ವಿರೋಧಿಸುತ್ತದೆ! ಅಂದರೆ, ಕಾಯದ ವೇಗ ಹೆಚ್ಚುವುದನ್ನು ವಿರೋಧಿಸುತ್ತದೆ, ಏಕೆಂದರೆ ವೇಗ ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಹೆಚ್ಚುತ್ತದೆ.

v ಇದು c ಗೆ ಅತ್ಯಲ್ಪ ಸಮೀಪ ಬಂದಾಗ ಈ ವಿರೋಧ ಅನಂತವಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, v, c ವೇಗವನ್ನು ಮೀರದಷ್ಟು ಈ ವಿರೋಧವಿರುತ್ತದೆ. ಬೇರೆ ಶಬ್ದಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗವೇ ಎಲ್ಲ ವೇಗಗಳ ಮಿತಿ. ಯಾವುದೇ ಕಣದ ವೇಗ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗವನ್ನೆಂದೂ ತಲುಪಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ; ಅತ್ಯಂತ ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ಅದರ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರಬಲ್ಲುದು. ಇತ್ತೀಚೆ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗವನ್ನು ಮೀರುವ ವೇಗಗಳನ್ನು ಪಡೆದ ಕಣಗಳು ಇರಬಲ್ಲುವು ಎಂದು ಸೈದ್ಧಾಂತಿಕವಾಗಿ ಗೊತ್ತಾಗಿದೆ. ಇಂಥ ಕಣಗಳಿಗೆ ಟ್ಯಾಕಿಯಾನುಗಳೆನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಈ ಕಣಗಳ ಅಸ್ತಿತ್ವದ ಭವಿಷ್ಯ ಕಥನ ಮಾಡಿದ ಪ್ರಮುಖ ವಿಜ್ಞಾನಿಗಳ ಪೈಕಿ ಭಾರತೀಯ ವಿಜ್ಞಾನಿ ಜಾರ್ಜ್ ಸುದರ್ಶನ್ ಎಂಬವರೂ ಒಬ್ಬರು. ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾಗಿ ಈ ಕಣಗಳು ಇನ್ನೂ ಕಂಡು ಬಂದಿಲ್ಲ.

ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ–ಶಕ್ತಿ ಸಮಾನತೆಯ ಇತರ ಅನ್ವಯಗಳು : ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಮತ್ತು ಶಕ್ತಿ ಇವೆರಡರ ನಡುವೆ ನಿಕಟ ಸಂಬಂಧವಿದೆ; ಅಷ್ಟೇ ಏಕೆ, ಎರಡೂ, ಒಂದೇ ಪರಿಮಾಣದ ಎರಡು ರೂಪಗಳು, ಎರಡು ಮುಖಗಳು. ಒಂದರಿಂದ ಇನ್ನೊಂದಕ್ಕೆ ಸೈದ್ಧಾಂತಿಕವಾಗಿಯಾದರೂ ಸರಳವಾಗಿ ಹೋಗಬಹುದಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ, ಸಾಪೇಕ್ಷತಾವಾದದ ಪೂರ್ವದಲ್ಲಿದ್ದ ಶಕ್ತಿ ನಿತ್ಯತಾ ನಿಯಮ ಈಗ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನೂ ಒಳಗೊಳ್ಳುವಂತೆ ಮಾರ್ಪಡಬೇಕು. ಅಂದರೆ, ಯಾವುದೆ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ಶಕ್ತಿ ನಿತ್ಯತ್ವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸುವಾಗ, ನಾವು ನೋಡಬೇಕಾದುದು ಒಟ್ಟು ಶಕ್ತಿಯನ್ನಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ, ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನು ಕೂಡ. ಒಟ್ಟು ಶಕ್ತಿ, ಕೆಲವು ಭಾಗ ಶಕ್ತಿಯನ್ನೂ, ಇನ್ನು ಕೆಲವು ಭಾಗ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನೂ ಒಳಗೊಂಡಿರಬಹುದು. ಹೀಗಾಗಿ ಶಕ್ತಿ ನಿತ್ಯತಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಇನ್ನು ಮೇಲೆ ಶಕ್ತಿ-ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ನಿತ್ಯತಾ–ನಿಯಮವೆಂದು ಹೆಚ್ಚು ವ್ಯಾಪಕವಾಗಿ, ಹೆಚ್ಚು ಸಮಂಜಸವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು.

$E = mc^2$ ಈ ಸೂತ್ರವು ಸಾಕಷ್ಟು ಪ್ರಯೋಗಗಳಲ್ಲಿ ದೃಢೀಕೃತವಾಗಿದೆ. ವಿಶ್ವ ಕಿರಣಗಳನ್ನೊಳಗೊಳ್ಳುವ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು γ ಕಿರಣ ಹೋಗಿ ಎರಡು ಕಣಗಳಾಗಿ (ಪೊಸಿಟ್ರಾನ್ ಮತ್ತು ಇಲೆಕ್ಟ್ರಾನ್) ಪರಿಣಮಿಸುವುದು ಕಂಡು ಬಂದಿದೆ. ಅಂದರೆ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಶಕ್ತಿ ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ

ಶಕ್ತಿ, ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ರೂಪವನ್ನು ತಾಳಿದಂತೆ. γ ಕಿರಣದ ಕನಿಷ್ಠ ಶಕ್ತಿ, 2 ಇಲೆಕ್ಟ್ರಾನುಗಳ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗೆ ಸಮವಿರಬೇಕು. ಇದರ ವಿರುದ್ಧ ವಿದ್ಯಮಾನವೂ ಕಂಡು ಬಂದಿದೆ. ಇಲೆಕ್ಟ್ರಾನೊಂದು ಸರಿಯಾದ ಪರಿಸರದಲ್ಲಿ ಪೊಸಿಟ್ರಾನೊಂದನ್ನು ಸಂಧಿಸಿವರೆ ಅವೆರಡೂ 'ನಾಶ'ವಾಗಿ ಒಂದು γ – ಕಿರಣ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ.

$E = mc^2$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಭಯಾನಕಾರಿ ಪರಿಣಾಮ ಹೈಡ್ರೋಜನ್ ಬಾಂಬ್ ಮತ್ತು ಪರಮಾಣು ಬಾಂಬುಗಳ ಸ್ಫೋಟದಲ್ಲಿ ಕಂಡು ಬಂದಿದೆ. ಪರಮಾಣು ಬಾಂಬಿನ ಮೂಲ ತತ್ವವನ್ನು ಅತಿ ಸ್ವಲ್ಪದರಲ್ಲಿಯೇ ಹೇಳಬೇಕೆಂದರೆ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಶಕ್ತಿಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತನೆ ಹೊಂದುವುದು. ಕೆಲವೊಂದು ನ್ಯೂಕ್ಲೀಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವಷ್ಟು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ 'ನಷ್ಟವಾಗಿ' ಶಕ್ತಿಯ ರೂಪವನ್ನು ತಾಳುತ್ತದೆ. ಇಂಥ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿ ಕಂಡು ಬರುವುದಿಲ್ಲ. ಕೃತ್ರಿಮವಾಗಿ ಇಂಥ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ಸೂಕ್ತ ಉಷ್ಣತೆ ಮತ್ತು ಇನ್ನಿತರ ನಿಬಂಧನೆಗಳು ಇರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಆವರ್ತ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಯುರೇನಿಯಮ್ ಮತ್ತು ಅದರ ನಂತರದ ಮೂಲ ವಸ್ತುಗಳ ನ್ಯೂಕ್ಲಿಯಸ್ಸುಗಳು, ಯುರೇನಿಯಮ್‌ದ ಪೂರ್ವದ ಮೂಲ ವಸ್ತುಗಳ ನ್ಯೂಕ್ಲಿಯಸ್ಸುಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಭದ್ರವಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಇಂಥ ನ್ಯೂಕ್ಲಿಯಸ್ಸುಗಳ ವಿದಳನ ಮಾಡುವುದು ಸುಲಭ ಸಾಧ್ಯ. ಹೀಗೆ ವಿದಳನವನ್ನು ಸಾಧಿಸುವಲ್ಲಿ ನ್ಯೂಟ್ರಾನ್ ಬಹಳ ಸಹಾಯಕಾರಿ, ಏಕೆಂದರೆ ಅದು ವಿದ್ಯುದ್ರಹಿತವಿರುವುದರಿಂದ ಯಾವುದೆ ನ್ಯೂಕ್ಲಿಯಸ್ಸಿನ ಆಳದ ವರೆಗೆ ಹೋಗಬಲ್ಲುದು. ಈಗ, ಯಾವುದೋ ಒಂದು ನ್ಯೂಟ್ರಾನ್‌ದಿಂದ ಕೆಲವಷ್ಟು ಯುರೇನಿಯಮ್ ದ್ರವ್ಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿದಳನವನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದ್ದೇವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ. ವಿದಳನದಲ್ಲಿ ಪುನಃ ಎರಡು ನ್ಯೂಟ್ರಾನುಗಳು ಜನ್ಮ ತಾಳುತ್ತವೆ. ಈ ಎರಡೂ ನ್ಯೂಟ್ರಾನುಗಳು, ಪುನಃ ಎರಡು ಯುರೇನಿಯಮ್ ನ್ಯೂಕ್ಲಿಯಸ್ಸುಗಳಿಂದ ಸೆರೆಹಿಡಿಯಲ್ಪಟ್ಟು ಎರಡು ವಿದಳನ

ಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿದಳನದಲ್ಲಿಯೂ ಪುನಃ ಎರಡೆರಡು ನ್ಯೂಟ್ರಾನುಗಳ ಉತ್ಪತ್ತಿಯಾಗುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ, ಬಹು ಬೇಗ ಸಹಸ್ರಾರು ವಿದಳನಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಇದೇ ನ್ಯೂಕ್ಲೀಯ ಸರಪಣಿ ಕ್ರಿಯೆ **(Nuclear chain reaction).**

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿದಳನದಲ್ಲೂ ಕಿಂಚಿತ್ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ 'ನಷ್ಟ' ವಾಗುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು ಅದರ ಸಮಾನ ಶಕ್ತಿ ಹೊರ ಸೂಸುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸರಪಣಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಅಪಾರ ಶಕ್ತಿ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಇದೇ ಪರಮಾಣು ಬಾಂಬಿನ ಶಕ್ತಿಯ ಮೂಲವಾಗಿದೆ.

ಹೈಡ್ರೋಜನ್ ಬಾಂಬಿನಲ್ಲಿ ಸಹ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ–ಶಕ್ತಿ ಇವುಗಳ ಸಮಾನತೆಯ ತತ್ವವೇ ಅಡಕವಾಗಿದೆ. ನಾಲ್ಕು ಹೈಡ್ರೋಜನ್ ಪರಮಾಣುಗಳು ಸೇರಿ ಒಂದು ಹೀಲಿಯಮ್ ಪರಮಾಣು ಆಗಬಲ್ಲುದು. ಈಗ, ನಾಲ್ಕು ಹೈಡ್ರೋಜನ್ ಪರಮಾಣುಗಳ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿದರೆ, ಹೀಲಿಯಮ್ ಪರಮಾಣುವಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ನಾಲ್ಕು ಹೈಡ್ರೋಜನ್ ಪರಮಾಣುಗಳ ಒಟ್ಟು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದುದು ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ. ಈ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೇ ಶಕ್ತಿಯಾಗಿ ಪರಿಣಮಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಶಕ್ತಿಯನ್ನೇ ಹೈಡ್ರೋಜನ್ ಬಾಂಬಿನಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲಾಗುತ್ತದೆ. ಪರಮಾಣು ಬಾಂಬಿಗೂ ಮತ್ತು ಹೈಡ್ರೋಜನ್ ಬಾಂಬಿಗೂ ಇರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಹೇಳಬಹುದು : ಪರಮಾಣು ಬಾಂಬಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ನ್ಯೂಕ್ಲಿಯಸ್ಸು ವಿದಳನ ಹೊಂದಿ ಚೂರುಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಆಗ ಆ ಚೂರುಗಳ ಒಟ್ಟು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಮೊದಲಿನ ನ್ಯೂಕ್ಲಿಯಸ್ಸಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತವೆ. ಈ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಶಕ್ತಿಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಹೈಡ್ರೋಜನ್ ಬಾಂಬಿನಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಹೈಡ್ರೋಜನ್ ಪರಮಾಣುಗಳು ಸಮ್ಮಿಳನ (fusion) ವಾಗಿ ಕೆಲವಷ್ಟು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನು ಕಳೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಆ 'ನಷ್ಟ' ವಾದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಶಕ್ತಿಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತನೆ ಹೊಂದುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ವಿದಳನ ಬಾಂಬ್ ಎಂದಾದರೆ, ಇನ್ನೊಂದು 'ಸಮ್ಮಿಳನ' ಬಾಂಬ್.

ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಶಕ್ತಿಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತನೆ ಹೊಂದುವ ಯಾವುದೇ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಹೊರ ಹೊಮ್ಮುವ ಶಕ್ತಿಯ ಪರಿಮಾಣದ ಅಗಾಧತೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಕಲ್ಪನೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಅಂಕಿ–ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಷೆಯೇ ಸೂಕ್ತ. $E = mc^2$ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $m = 1$ ಗ್ರಾಮ್ ಎಂದಾದರೆ, $c = 3 \times 10^{10}$ ಸೆಂ.ಮೀ./ಸೆಕೆಂಡ್ ಇರುವುದರಿಂದ, $E = 9 \times 10^{20}$ ಅರ್ಗಗಳು ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ; ಅಂದರೆ ಒಂದು ಗ್ರಾಮ್ ದ್ರವ್ಯವನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಶಕ್ತಿಯನ್ನಾಗಿ ಪರಿವರ್ತನೆಗೊಳಿಸಿದರೆ ನಮಗೆ 9×10^{20} ಅರ್ಗಗಳಷ್ಟು ಶಕ್ತಿ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನೇ ವಿದ್ಯುಚ್ಛಕ್ತಿಯನ್ನು ಅಳೆಯುವ ಮಾಪನಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳಬೇಕೆಂದರೆ, ಒಂದು ಗ್ರಾಮ್ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯಿಂದ 1 ಸೆಕೆಂದಿನಲ್ಲಿ ನಮಗೆ ಶಕ್ತಿ ದೊರೆತರೆ ಅದು 2½ ಕೋಟಿ ಯುನಿಟ್ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಒದಗಿಸಬಲ್ಲುದು! ಒಂದು ಯುನಿಟ್ ಎಂದರೆ ಒಂದು ಸಹಸ್ರ ವಾಟ್ ವಿದ್ಯುತ್ ಬಲ್ಬನ್ನು 1 ತಾಸಿನ ವರೆಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸಿದಾಗ ಬಳಸಲ್ಪಡುವ ಶಕ್ತಿ.

ಈ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಸಮ್ಮಿಳನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಿಂದಲೇ ನಮಗೆ ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಇತರ ನಕ್ಷತ್ರಗಳಿಂದ ಶಕ್ತಿ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಇಂಥ ನಕ್ಷತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಕಷ್ಟು ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಹೈಡ್ರೋಜನ್ ಅನಿಲ ಲಭ್ಯವಿರುತ್ತದೆ. ಸದಾಕಾಲ ನಾಲ್ಕು ಹೈಡ್ರೋಜನ್ ಪರಮಾಣುಗಳು ಒಂದು ಹೀಲಿಯಮ್ ಪರಮಾಣುವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತನೆ ಹೊಂದುತ್ತಲೇ ಇರುತ್ತವೆ. ಎಷ್ಟೋ ಕೋಟಿ ವರುಷಗಳಿಂದಲೂ ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ನಡೆಯುತ್ತಲೇ ಬಂದಿದೆ. ಈ ಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿಉದ್ಭವಿಸಿದ ಶಕ್ತಿಯೇ ನಮಗೆ ವಿಕಿರಣದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ದೊರೆಯುವ ಸೂರ್ಯಶಕ್ತಿ.

ಪರಮಾಣು ಅಥವಾ ನ್ಯೂಕ್ಲೀಯ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಬಾಂಬುಗಳಂತಹ ವಿಧ್ವಂಸಕ ಉಪಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಬಳಸದೆ ಪರಮಾಣು ರಿಯಾಕ್ಟರುಗಳಂತಹ ಶಾಂತಿಯುತ ಉದ್ದೇಶಗಳಿಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಉಪಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ಕೂಡ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಪರಮಾಣು ರಿಯಾಕ್ಟರುಗಳಿಂದ ಉಪಯುಕ್ತ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ವಿಧಾನದ ತತ್ವವನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಹೀಗೆ ವಿವರಿಸಬಹುದು. ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂತೆ ಸರಪಣಿ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದರೆ ಅಪಾರ ಶಕ್ತಿ ದೊರೆಯುವ ಸಾಧ್ಯತೆ ಇದೆ. ಈ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ನಿಯಂತ್ರಿಸದಿದ್ದರೆ, ನ್ಯೂಕ್ಲೀಯ

ಸ್ಫೋಟವಾಗಿ ಶಕ್ತಿ ಹೊರಸೂಸುತ್ತದೆ; ನಿಯಂತ್ರಿತ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಉಪಯುಕ್ತ ಶಕ್ತಿ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ದೊರೆಯುವ ಯುರೇನಿಯಮ್ ಮೂಲ ವಸ್ತು ಎರಡು ಪರಮಾಣು ಭಾರಗಳುಳ್ಳ ಯುರೇನಿಯಮ್ ಪ್ರಕಾರಗಳ ಮಿಶ್ರಣವಿರುತ್ತದೆ. ಒಂದರ ಪರಮಾಣು ಭಾರ 238 ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದರದು 235. ಇವುಗಳ ಪೈಕಿ 235 ಭಾರವುಳ್ಳ ಯುರೇನಿಯಮ್ ವಿದಳನಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚು ಅನುಕೂಲ. ಏಕೆಂದರೆ ನಿಧಾನವಾಗಿ ಚಲಿಸುವ ನ್ಯೂಟ್ರಾನುಗಳು ಇದರಲ್ಲಿ ವಿದಳನವನ್ನುಂಟು ಮಾಡಬಲ್ಲುವು. ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುವ ನ್ಯೂಟ್ರಾನುಗಳನ್ನು ನಿಧಾನಗೊಳಿಸಲು ಮಂದಕಾರಕಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾರೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ನೀರು, ಭಾರ ನೀರು, ಕಾರ್ಬನ್ ಮುಂತಾದ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಮಂದಕಾರಕಗಳಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾರೆ. ನ್ಯೂಟ್ರಾನುಗಳನ್ನು ಮಂದಗೊಳಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಬಹಳ ದೊಡ್ಡ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಉಷ್ಣ ಉತ್ಪನ್ನವಾಗುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲದೆ, ಮೇಲೆ ನೋಡಿದಂತೆ ನ್ಯೂಕ್ಲೀಯ ವಿದಳನದಲ್ಲಿ ಅಪಾರ ಶಕ್ತಿ ಉದ್ಭವಿಸುತ್ತದೆ. ಆಗ ಕೂಡ ದೊಡ್ಡ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಉಷ್ಣದ ಉತ್ಪಾದನೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದಾಗಿ ಮಂದಕಾರಕಗಳು ತಪ್ತಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಇಂಥ ತಪ್ತ ಮಂದಕಾರಕವನ್ನು ಔಷ್ಣಿಕ ವಿದ್ಯುತ್ ಉತ್ಪಾದನೆಗಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾರೆ. ಈ ತರಹದ ನ್ಯೂಕ್ಲೀಯ ವಿದ್ಯುಜ್ಜನಕಗಳು ನಮ್ಮ ದೇಶದಲ್ಲಿ ಈಗಾಗಲೇ ಬಳಕೆಯಲ್ಲಿ ಬಂದಿವೆ.

ಯಾವುದೇ ನ್ಯೂಕ್ಲಿಯಸ್ಸಿನ ಬಂಧನ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಕೂಡ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ–ಶಕ್ತಿ ಸಮಾನತೆ ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಿಸಬಲ್ಲುದು. ನ್ಯೂಕ್ಲಿಯಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ನ್ಯೂಟ್ರಾನುಗಳು ಮತ್ತು ಪ್ರೋಟಾನುಗಳು ಇರುತ್ತವಷ್ಟೆ? ಈ ಕಣಗಳ ನಡುವೆ ಯಾವ ರೀತಿಯ ಬಂಧನವಿರುತ್ತದೆ? ಈಗ, ಹೀಲಿಯಮ್ ಪರಮಾಣುವನ್ನೇ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಅದರ ನ್ಯೂಕ್ಲಿಯಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ 2 ಪ್ರೋಟಾನ್ ಮತ್ತು 2 ನ್ಯೂಟ್ರಾನ್ ಇರುತ್ತವೆ. ಆದರೆ, 2 ಪ್ರೋಟಾನುಗಳ ಮತ್ತು 2 ನ್ಯೂಟ್ರಾನುಗಳ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ

ಅದು ಒಂದು ಹೀಲಿಯಮ್ ನ್ಯೂಕ್ಲಿಯಸ್ಸಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಿಂತ ಅಲ್ಪ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೇ ನ್ಯೂಕ್ಲಿಯಸ್ಸಿನ ಬಂಧನ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಪೂರೈಸುತ್ತದೆ. ಹೀಲಿಯಮ್ ನ್ಯೂಕ್ಲಿಯಸ್ ನಿರ್ಮಾಣವಾಗುವ ಕಾಲಕ್ಕೆ ಇದು ಉದ್ಭವಿಸಿ ನ್ಯೂಕ್ಲೀಯ ಕಣಗಳನ್ನು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಬಂಧಿಸುವಲ್ಲಿ ಸಹಾಯಕಾರಿಯಾಗುತ್ತದೆ.

ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದಿಂದಾಗಿ ಅವಕಾಶ ಮತ್ತು ಕಾಲಗಳ ಬಗೆಗಿನ ನಮ್ಮ ವಿಚಾರಗಳು ಕ್ರಾಂತಿಕಾರಿಕ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾರ್ಪಟ್ಟವು. ಅವೆರಡೂ ನಿಕಟ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಗೊತ್ತಾಯಿತು. ಏಕಕಾಲತ್ವ (Simultaneity) ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಒಂದೇ ಇರುತ್ತದೆಂಬ ನಮ್ಮ ಅನಾದಿಕಾಲದಿಂದ ಬಂದ ವಿಚಾರ ಸರಿ ಅಲ್ಲವೆಂದು ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ ತೋರಿಸಿ ಕೊಟ್ಟಿತು. ಅವಕಾಶ ಮತ್ತು ಕಾಲಗಳ ಬಗೆಗಿನ ವಿಚಾರಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಾಂತಿಯನ್ನೆಬ್ಬಿಸಿದುದೆ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನರ ಮಹತ್ಸಾಧನೆಯೆಂದು ಬರ್ಟ್ರ್ಯಾಂಡ್ ರಸೆಲ್‌ರಂತಹ ಎಷ್ಟೋ ತಜ್ಞರು ಅಭಿಪ್ರಾಯಪಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ. ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನರ ವಿಚಾರಗಳು ಸದ್ಯಕ್ಕೆ ವಿಜ್ಞಾನಿಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ತಿಳಿದಿವೆ. ಈ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಜನಸಾಮಾನ್ಯರೂ ಕೂಡ ತಿಳಿಯುವಂತಾದರೆ ಅದು ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಪ್ರಗತಿಯೇ ಸರಿ. ಏಕೆಂದರೆ, ಆಗ ಜನಸಾಮಾನ್ಯರಲ್ಲಿ ಒಂದು ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಪ್ರಜ್ಞೆ ಉಂಟಾದಂತಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಯುಗದಲ್ಲಿ ಇಂಥ ಪ್ರಜ್ಞೆ ಅತ್ಯವಶ್ಯವಾದುದು.

ಅಧ್ಯಾಯ 6 (a)

ವ್ಯಾಪಕ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ
(General Theory of Relativity)

ಪೀಠಿಕೆ

ಇಲ್ಲಿಯ ವರೆಗೆ ಅಭ್ಯಸಿಸಿದ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ. ಅದರಲ್ಲಿ ಕೇವಲ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳು ಮತ್ತು ಅವಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಲಾಯಿತು. ಆದರೆ ಹಲವಾರು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ, ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಕೂಡ, ನಾವು ಕೇವಲ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನೇ ಕಾಣುವುದಿಲ್ಲ. ಎರಡು ಚೌಕಟ್ಟುಗಳ ನಡುವೆ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷಿತ ಚಲನೆಗಳೂ ಇರಬಹುದು. ಇಂಥ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿರುವ ವೀಕ್ಷಕರ ನಡುವೆ ಯಾವ ತರಹದ ಸಂದರ್ಭಗಳಿರುತ್ತವೆ? ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷಿತ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಳ್ಳುವ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದಕ್ಕೆ ವ್ಯಾಪಕ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ನಮಗೆಲ್ಲ ಅತ್ಯಂತ ಸುಪರಿಚಿತವಿರುವ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷಿತ ಚಲನೆಯೆಂದರೆ ಭೂಮಿಯ ಗುರುತ್ವದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗೆ ಬೀಳುತ್ತಿರುವ ಕಾಯಗಳ ಚಲನೆ. ಮುಕ್ತವಾಗಿ ಬಿಟ್ಟ ಎಲ್ಲ ವಸ್ತುಗಳೂ $32'$/ಸೆಕೆಂಡ್^{2} ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷದಿಂದ ಭೂಮಿಯೆಡೆ ಬೀಳುತ್ತವೆ ಎಂಬುದು ಎಂದಿನಿಂದಲೂ ತಿಳಿದ ವಿಷಯ. ಈ ಚಲನೆ, ನ್ಯೂಟನ್ನನ ವ್ಯಾಪಕ ಗುರುತ್ವ ನಿಯಮದ ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟ ಚಲನೆ. ನ್ಯೂಟನ್ನನ ಪ್ರಕಾರ, ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಕಣಗಳು ಒಂದನ್ನೊಂದು ಆಕರ್ಷಿಸುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಈ ಆಕರ್ಷಣ ಬಲ, ಆ ಕಣಗಳ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿಯೂ, ಅವೆರಡರ ನಡುವಿನ ದೂರದ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿಯೂ ಇರುತ್ತದೆ. ಸೌರವ್ಯೂಹದ ರಚನೆ, ಅದರ ಭದ್ರತೆ,

ಮತ್ತು ಆಕಾಶದಲ್ಲೆಲ್ಲ ಇರುವ ಅಸಂಖ್ಯಾತ ನಕ್ಷತ್ರಗಳ ವಿನ್ಯಾಸ ಇವೆಲ್ಲ ನ್ಯೂಟನ್ನನ ಈ ವ್ಯಾಪಕ ನಿಯಮದಿಂದ ವಿವರಿಸಬಹುದು. ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂತೆ ಭೂ-ಗುರುತ್ವದಲ್ಲಿಯ ಮುಕ್ತ ಪತನ ನ್ಯೂಟನ್ನನ ವ್ಯಾಪಕ ನಿಯಮದ ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಚಲನೆ. ಭೂಮಿ ಮತ್ತು ಯಾವುದೊಂದು ಕಾಯ ಇವೆರಡರ ನಡುವೆ ಆಕರ್ಷಣೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಕಾಯವನ್ನು ಮುಕ್ತಗೊಳಿಸಿದರೆ ಅದು ಭೂಮಿಯೆಡೆಗೆ ಆಕರ್ಷಣೆ ಹೊಂದಿ ಬೀಳತೊಡಗುತ್ತದೆ. ಇದೇ ಪ್ರಕಾರ. ಭೂಮಿ ಕೂಡ ಆಕರ್ಷಿತವಾಗಿ ಕಾಯದೆಡೆ ಚಲಿಸಬೇಕು, ಹಾಗೆ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ ಕೂಡ. ಆದರೆ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ. ಬೀಳುವ ಕಾಯ ಮತ್ತು ಭೂಮಿ ಇವೆರಡರ ಸಾಪೇಕ್ಷ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಳನ್ನನುಲಕ್ಷಿಸಿ ಈ ಚಲನೆ ಉಪೇಕ್ಷಣೀಯವಾಗುವಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದಲೇ ಅದರ ಚಲನೆಯನ್ನು ನಾವು ವೀಕ್ಷಿಸಲಾರೆವು. ಅದೂ ಅಲ್ಲದೆ. ಸ್ವತಃ ನಾವೇ ಭೂಮಿಯ ಮೇಲೆ ಇರುವುದರಿಂದ ನಮಗೆ ಈ ಚಲನೆಯ ಅರಿವಾಗುವುದೇತು ?

ಇನ್ನು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನರ ಗುರುತ್ವವಾದದೆಡೆ ಹೊರಳುವಾ. ಅವರ ವ್ಯಾಪಕ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದವೇ ಅವರ ಗುರುತ್ವ ವಾದ. ನ್ಯೂಟನ್ನನ ಗುರುತ್ವ ವಾದ, ಗ್ರಹಗಳ ಮತ್ತು ಇತರ ಆಕಾಶ ಕಾಯಗಳ ಚಲನವಲನಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವಲ್ಲಿ ಯಶಸ್ವಿಯಾದರೂ ಕೆಲವೊಂದು ವಿದ್ಯಮಾನಗಳ ಪೂರ್ಣ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡುವಲ್ಲಿ ಅಸಮರ್ಥವಾಯಿತು; ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸೂರ್ಯನ ಅತಿ ಹತ್ತಿರದ ಗ್ರಹವಾದ ಬುಧನ ಪಥವನ್ನು ಕೂಲಂಕಷವಾಗಿ ನೋಡಿದರೆ, ಅದು ಸ್ಥಿರವಾಗಿರದೆ, ಕಿಂಚಿತ್ ಬದಲಾಗುತ್ತಿರುವುದು ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, ಬುಧನು ವರ್ಷೇ ವರ್ಷೇ ಅದೇ ಪಥವನ್ನೇ ಅನುಸರಿಸದೆ, ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಪಥಗಳನ್ನೇ ಕ್ರಮಿಸುತ್ತಾನೆ. 100 ವರುಷಗಳಲ್ಲಿ 43" ಗಳಷ್ಟು ಅವನ ಪಥದ ಅಕ್ಷೆ ತಿರುಗಿದ್ದು ಕಂಡು ಬಂದಿದೆ (ಈ ವಿಷಯದ ಬಗ್ಗೆ ಮುಂದೆ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿವರಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗುವುದು). ನ್ಯೂಟನ್ನನ ಗುರುತ್ವ ವಾದದಿಂದ ಇದನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಿಸುವುದು ಅಸಾಧ್ಯ.

ಜಡ-ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಮತ್ತು ಗುರುತ್ವ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಇವುಗಳ ಸಮಾನತೆ:— ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ವ್ಯಾಪಕ ವಾದದ ತಳಹದಿ ಗುರುತ್ವ-

ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಮತ್ತು ಜಡ–ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಳ ಸಮಾನತೆ ಆಗಿದೆ. ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗೆ ಯಾವ ಅರ್ಥವನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಬೇಕೆಂಬುದನ್ನು ಹಿಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಅದನ್ನೆ ಇಲ್ಲಿ ಪುನಃ ಹೇಳಬೇಕೆಂದರೆ, ಯಾವುದೇ ಬಲ, ಕಾಯವೊಂದರ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಬದಲಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರೆ, ಆ ಕಾಯ, ಬಲದ ಈ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯನ್ನು ವಿರೋಧಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಗುಣಧರ್ಮವೇ ಜಡ–ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ. ಕಾಯವು ಬಲವನ್ನು ವಿರೋಧಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ತನ್ನ ಜಡತ್ವವನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುತ್ತದೆ.

ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಕಾರದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಗುರುತ್ವ–ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ. ಗುರುತ್ವ ಬಲ ಎಲ್ಲ ಬಲಗಳಿಗಿಂತಲೂ ಒಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನವಿರುತ್ತಧೆ. ಈ ಬಲ, ಅದು ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡುವ ವಸ್ತುವಿನ 'ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ'ಗೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. ಗುರುತ್ವ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನು ತಿಳಿಯುವಲ್ಲಿ ಈ ಮುಂದಿನ ಉಪಮೆ ಸಹಾಯಕಾರಿ. ಸ್ಥಾಯೀ ವಿದ್ಯುತ್ ಬಲ ಒಂದು ವಿದ್ಯುತ್ಪೂರಿತ ಕಣದ ಮೇಲೆ ಪ್ರವರ್ತಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಈ ಬಲದ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಆ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿರುವ ವಿದ್ಯುತ್ ತೀವ್ರತೆ ಮತ್ತು ಕಣದ ವಿದ್ಯುತ್ಪೂರಣ ಇವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದಿಂದ ವ್ಯಾಖ್ಯಿಸಬಹುದು. ಯಾವ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿರುವ ವಿದ್ಯುತ್ ತೀವ್ರತೆ ಆ ಕಣದ ಪೂರಣವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುವುದಿಲ್ಲ ಮತ್ತು ವಿದ್ಯುತ್ಪೂರಣ ಆ ಕಣದ ವಿಶಿಷ್ಟ ಗುಣಧರ್ಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ ಗುರುತ್ವ ಬಲ ಕೂಡ 'ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರ ತೀವ್ರತೆ' ಮತ್ತು ಆ ಕಣದ 'ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ' ಇವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ. ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರ ತೀವ್ರತೆಯನ್ನು ಆ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿರುವ ಗುರುತ್ವವಿಭವದ ಪ್ರವಣತೆಯಿಂದ ಅಳೆಯಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಆ 'ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ' ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಪೂರಣದ ಹಾಗೆ ವರ್ತಿಸುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ನಾವು 'ಗುರುತ್ವ–ಪೂರಣ' ಎಂದೂ ಕರೆಯಬಹುದು. ಇದೇ ಗುರುತ್ವ–ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ. ನ್ಯೂಟನ್ನನ ಗುರುತ್ವ ವಾದದ ಪ್ರಕಾರ ಒಂದು ಕಾಯದ ಜಡ–ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಮತ್ತು ಗುರುತ್ವ–ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಒಂದೇ ಇರುತ್ತವೆ. ಈ ವಾದಕ್ಕೆ 'ಸಮಾನತಾ ತತ್ವ' ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಆದರೆ ಈ ಸಮಾನತಾ ತತ್ವದ ಆಧಾರವೇನು ? ಇವೆರಡೂ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಳು ಒಂದೇ ಎಂದು ಸಿದ್ಧಮಾಡಿ ತೋರಿಸುವುದು ಹೇಗೆ? ಇದರ

ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಾಧ್ಯಾಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಲು ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ನ್ಯೂಟನ್ನನ ಚಲನೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸುವುದು ಸಹಾಯಕಾರಿ. ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು :

(ಜಡ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ) × (ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ)

= (ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದ ತೀವ್ರತೆ) × (ಗುರುತ್ವ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ)

ಈಗ, ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಳು ಒಂದೇ ಎಂದು ತಿಳಿದಾಗಲೇ ಅವೆರಡನ್ನೂ ತೆಗೆದು ಹಾಕಿ

ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ = ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದ ತೀವ್ರತೆ

ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು ಸಾಧ್ಯ. ಇದರಲ್ಲಿ ಬಲಬದಿಗೆ ಇರುವ ತೀವ್ರತೆ, ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂತೆ, ಕಾಯದ ಗುಣಧರ್ಮವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ ಕೂಡ ಕಾಯದ ಗುಣಧರ್ಮದಿಂದ ಸ್ವತಂತ್ರವಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಿದ್ಧವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದು ವಾಸ್ತವಿಕ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಯೂ ಹೌದು. ಇದೆಲ್ಲ, ಜಡ-ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಮತ್ತು ಗುರುತ್ವ-ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಸಮಾನ ಎಂದು ತಿಳಿದರೆ ಮಾತ್ರ ಸಾಧ್ಯ.

ಹಾಗಾದರೆ, ಗುರುತ್ವ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ ಕಾಯದ ಗುಣಧರ್ಮವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುವುದಿಲ್ಲವೆಂಬುದು ಕಂಡುಬಂದ ಸಂಗತಿಯಿಷ್ಟೆ, ಎರಡೂ ಪ್ರಕಾರದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಳು ಸಮಾನ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಸಮರ್ಥನೆಯೋ? ಇಲ್ಲವೆ, ಬೇರಾವುದಾದರೂ ನೇರ ಪ್ರಯೋಗಗಳಿಂದ ಈ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ಸಿದ್ಧ ಮಾಡಬಹುದೋ ಹೇಗೆ? ಎರಡೂ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಳನ್ನು ತುಲನೆ ಮಾಡುವುದೆಂತು? ನಮ್ಮ ಭೂಮಿಯೇ ಈ ತರಹದ ತುಲನೆ ಮಾಡಲು ಅವಕಾಶ ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಡುತ್ತದೆ. ಭೂಮಿಯು ತನ್ನ ಮೈಸುತ್ತು ತಿರುಗುತ್ತಿರುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ ತಿರುಗುವ ಭೂಮಿಯ ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲ ವಸ್ತುಗಳೂ ಒಂದು ತರಹದ 'ಜಡ' ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷವನ್ನು ಅನುಭವಿಸುತ್ತವೆ. ಜಡ-ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ ನಿಜವಾದ ಬಲಗಳಿಂದ ಉದ್ಭವಿಸಿದುದಲ್ಲ. ತಿರುಗುತ್ತಿರುವ ಕಾಯಗಳ ಮೇಲೆ

ಕೇಂದ್ರಾಪಗಾಮಿ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ ಮತ್ತು ಕೇಂದ್ರಾಪಗಾಮಿ ಬಲಗಳು ಕಾರ್ಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಭೂಮಿಯ ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲ ವಸ್ತುಗಳೂ ಕೇಂದ್ರಾಪಗಾಮಿ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷವನ್ನು ಅನುಭವಿಸುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಗುರುತ್ವ ದಿಂದಾಗಿ ಅವುಗಳಿಗೆ ಗುರುತ್ವ-ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ ಇದ್ದೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ ಕಾಯವೊಂದರ ಮೇಲೆ ಪ್ರವರ್ತಿಸುವ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ ಈ ಎರಡೂ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷಗಳ ಫಲಿತವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಒಂದೇ ತೂಕದ, ಆದರೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಪದಾರ್ಥಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟ ಎರಡು ಕಾಯಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಅವೆರಡರ ಜಡ-ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಒಂದೇ ಇದ್ದರೆ ಮಾತ್ರ ಅವೆರಡೂ ಕಾಯಗಳ ಮೇಲೆ ಪ್ರವರ್ತಿಸುವ ಫಲಿತ ಬಲ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಮಾಂತರವಿರುತ್ತವೆ. (ಭೂಮಧ್ಯರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಕೇಂದ್ರಾಪಗಾಮಿ ಬಲ ಮತ್ತು ಗುರುತ್ವ ಬಲ ಒಂದೇ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ, ಆದರೆ ವಿರುದ್ಧ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.)

ಇದೇ ಯೋತ್ವೋಶ್ ಎಂಬವನ ಪ್ರಯೋಗದ ತತ್ವ. ಅವನು ಅಷ್ಟಷ್ಟೆ ತೂಕವಿರುವ, ಆದರೆ, ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಪದಾರ್ಥಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟ ಕಾಯ ಗಳನ್ನು ತಿರುಪು ತುಲಾಯಂತ್ರ (Torsion balance)ದ ಎರಡೂ ತೋಳು ಗಳಿಂದ ತೂಗು ಬಿಟ್ಟನು. ಸಮಭಾರದ ಈ ಎರಡೂ ಕಾಯಗಳ ಜಡ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಗಳು ಸರಿ ಇರದಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳ ಮೇಲೆ ಪ್ರವರ್ತಿಸುವ ಫಲಿತ ಬಲಗಳೂ ಸಮಾಂತರವಿರುವದಿಲ್ಲ. ಆಗ ಆ ಜೋಡಿ ಕಾಯಗಳ ಮೇಲೆ ಅಲ್ಪ ತಿರುಚು ಉಂಟಾಗಬೇಕು. ಆದರೆ ಹೀಗೆ ಆದದ್ದು ಯೋತ್ವೋಶ್‌ನಿಗೆ ಕಂಡು ಬರಲಿಲ್ಲ. ಅವನ ಉಪಕರಣದ ಸೂಕ್ಷ್ಮವೇದಿತ್ವ ಸುಮಾರು 10^{-8} ಇದ್ದಿತು. ಅಂದರೆ, ಎಷ್ಟೇ ಅಲ್ಪ ತಿರುಚು ಉಂಟಾಗಿದ್ದರೂ ಸಹ ಅದನ್ನು ಅವನ ಉಪಕರಣದಿಂದ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು ಸಾಧ್ಯವಿತ್ತು. ಅವನ ಈ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ ಗುರುತ್ವ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಮತ್ತು ಜಡ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಇವುಗಳ ಅನುಪಾತ $(1 + 4 \times 10^{-9})$ ಇತ್ತು; ಅಂದರೆ ಈ ಅನುಪಾತ 1 ಇದ್ದಂತೆಯೇ, ಆದುದರಿಂದ ಜಡ-ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಮತ್ತು ಗುರುತ್ವ-ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಎರಡೂ ಸಮಾನ ಎಂದು ಸಿದ್ಧವಾಯಿತು.

ಯೋತ್ವೋವ್ಶ್‌ಶನ್ ಪ್ರಯೋಗ ಸಾಕಷ್ಟು ನಿಖರತೆಯಿಂದ ಜಡ-ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಮತ್ತು ಗುರುತ್ವ-ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಒಂದೇ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿದರೂ ಕೂಡ ವಿಕಿರಣ-ಶೀಲತೆಯ ಶೋಧವಾದನಂತರ, ಕೆಲವು ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರು ಈ ಸಮಾನತೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಸಂಶಯ ವ್ಯಕ್ತ ಮಾಡಿದರು. ಅವರ ವಿಚಾರಸರಣಿ ಹೀಗಿತ್ತು; ವಿಕಿರಣಶೀಲತೆ ಆಂತರಿಕ ಶಕ್ತಿಯಿಂದ ಉಂಟಾದುದು. ನಾವು ಈ ಮೊದಲು ತಿಳಿದಂತೆ, ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಪ್ರಕಾರ, ಶಕ್ತಿ ಮತ್ತು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಪರಿವರ್ತನೆ ಹೊಂದಬಲ್ಲ ಪರಿಮಾಣಗಳು ಆದ್ದರಿಂದ, ವಿಕಿರಣ ಶೀಲತೆಯ ಆಂತರಿಕ ಶಕ್ತಿ ಈ ಜಡ-ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗೆ ತನ್ನ ಕೊಡುಗೆಯನ್ನು ಕೊಡುತ್ತದೆ. ಇದೇ ಪ್ರಕಾರ ಅಷ್ಟೆ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಗುರುತ್ವ-ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯಲ್ಲಿಯೂ ಕಾಣಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೋ ಹೇಗೆ ? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಇತ್ಯರ್ಥ ಮಾಡಲು ಸದರ್ನ್ಸ್ ಎಂಬವನು ವಿಕಿರಣಶೀಲ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಯೋತ್ವೋವ್ಶ್‌ನ ಪ್ರಯೋಗವನ್ನು ಪುನಃ ಕೈಕೊಂಡನು. ಅವನಿಗೆ ಕೂಡ ಎರಡೂ-ಪ್ರಕಾರದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಳು ಸರಿ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಕಂಡು ಬಂದಿತು. ಆದ್ದರಿಂದ, ಜಡ-ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಮತ್ತು ಗುರುತ್ವ-ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಸರಿ-ಸಮಾನ ಎಂದು ನಿಃಸಂಶಯವಾಗಿ ಸಿದ್ಧವಾಯಿತು. ಯೋತ್ವೋವ್ಶ್‌ನ ಪ್ರಯೋಗದ ಫಲಿತವೇ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ಸಮಾನತಾ-ತತ್ವದ ತಳಹದಿ ಆಯಿತು.

ಯೋತ್ವೋವ್ಶ್‌ನ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ ಜಡ-ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ ಅಥವಾ ಜಡ-ಬಲ (ಕೇಂದ್ರಾಪಗಾಮಿ ಬಲ) ನಿಜವಾದದ್ದಲ್ಲ, ಅದು ಯಾವ ಅಂತರ್ ಕ್ರಿಯೆಯಿಂದ ಉದ್ಭವಿಸಿದಂತಹದಲ್ಲ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕಿಸಿದ್ದೇವೆ — ಕೇವಲ ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟ, ತಿರುಗುತ್ತಿರುವ ಚೌಕಟ್ಟಿನಿಂದಾಗಿ ಪರಿಣಮಿಸಿದುದು ಎಂದು ನೋಡಿದೆವು. ಅಲ್ಲದೆ, ಜಡ-ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ ಕಾಯದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯ ಗುಣಧರ್ಮಗಳನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಅಂದ ಮೇಲೆ ಈ ಎರಡೂ ಪ್ರಕಾರದ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷಗಳನ್ನು ಪ್ರಭೇದಿಸುವುದು ದುಸ್ತರ. ಹಾಗಾದರೆ ಈಗ ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿ ಉದ್ಭವಿಸುವ ಪ್ರಶ್ನೆ ಎಂದರೆ ಇವೆರಡೂ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷಗಳನ್ನು ನಾವು ಒಂದರ ಬದಲು ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಲ್ಲೆವೆ ? ಅಂದರೆ, ಒಂದು ಪ್ರಕಾರದ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಪರಿಣಾಮ

ಗಳನ್ನೇ ಇನ್ನೊಂದು ಕೊಡಬಲ್ಲವೆ? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ನಮ್ಮ ಸದ್ಯದ ಅಧ್ಯಯನದಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಮಹತ್ವದ್ದು, ಏಕೆಂದರೆ, ಜಡ-ಬಲಗಳನ್ನು ಕೊಡುವ ಜಡ-ಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸುವುದಕ್ಕಿಂತ ಸುಲಭ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇಂಥ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಯನಕೊಳ್ಳಪಡಿಸಿ ಗುರುತ್ವ ಬಲದ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿಯುವುದು ಸಾಧ್ಯ. ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ಸುಪ್ರಸಿದ್ಧ ಲಿಫ್ಟ್ ಪ್ರಯೋಗದಿಂದ ಈ ತರಹದ ಅಧ್ಯಯನದ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿಯುವುದು ಸುಲಭ ಸಾಧ್ಯ.

ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ಲಿಫ್ಟ್ ಪ್ರಯೋಗ (ಇದು ಒಂದು ತಾರ್ಕಿಕ ಪ್ರಯೋಗ) : ಒಂದು ಲಿಫ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬ ವೀಕ್ಷಕನಿದ್ದಾನೆಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. (ಯಾವುದಾದರೊಂದು ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ) ಲಿಫ್ಟ್ ನಿಶ್ಚಲವಿದ್ದಾಗ ಅದರಲ್ಲಿಯ ವೀಕ್ಷಕನು ಗುರುತ್ವ-ಕ್ಷೇತ್ರದ ತೀವ್ರತೆ (g) ಯನ್ನು ಯಾವುದಾವರೊಂದು ಯೋಗ್ಯ ಪ್ರಯೋಗವನ್ನು ಮಾಡಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯ ಬಲ್ಲನು; ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕೆಳಗೆ ಬೀಳುವ ವಸ್ತುವೊಂದರ ಪತನಕಾಲ t ಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದು, ಅದು ಬಿದ್ದ ದೂರ d ಯನ್ನು ಅಳೆದು g ಯನ್ನು ಪರಿಕಲಿಸಬಹುದು :

$$g = \frac{2d}{t^2}.$$

ಆ ವೀಕ್ಷಕನಿಗೆ ಲಿಫ್ಟಿನ ಹೊರಗಿನಿಂದ ಯಾವ ಮಾಹಿತಿಯೂ ದೊರೆಯುವುದಿಲ್ಲವೆಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಅವನು ಈ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಯೋಗದ ಬಗ್ಗೆ ಹೀಗೆ ವಿಚಾರ ಮಾಡಬಹುದಾಗಿದೆ : ನಾನು ಯಾವುದೇ ವಸ್ತುವನ್ನು ನನ್ನ ಕೈಯಿಂದ ಬಿಡುಗಡೆ ಮಾಡಲು ಅದು ಲಿಫ್ಟಿನ ತಳಕ್ಕೆ ಬಡೆಯುತ್ತದೆ. ನನ್ನ ಲಿಫ್ಟ್ $32'$/ಸೆಕೆಂಡ್^{2} ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷದಿಂದ ಮೇಲೆ ಹೋಗುತ್ತಿರಬೇಕು, ಮತ್ತು ಹೀಗೆ ಮೇಲೆ ಹೋಗುವಾಗ ಕೈ ಬಿಟ್ಟಲ್ಲಿಯೇ ಇದ್ದ ವಸ್ತುವನ್ನು ತಡೆಯುತ್ತ ಮುಂದೆ ಹೋಗುತ್ತಿರಬೇಕು. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾನಿದ್ದ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರವೂ ಇರಲಿಕ್ಕಿಲ್ಲ ಮತ್ತು ನಾನೂ ಹಾಗೂ ನನ್ನ ಲಿಫ್ಟ್ ನಿಶ್ಚಲವಿರಲಿಕ್ಕಿಲ್ಲ. ವಸ್ತುಗಳ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ ಅವುಗಳ ಗುಣ ವಿಶಿಷ್ಟಗಳ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿಸಿರದ್ದರಿಂದ, ಈ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ ನಿಜವಾಗಿ ಬಲಕ್ಕೆ ಸರಿ ಹೋಗು

ವಂತಹದಿರಲಿಕ್ಕಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ನನ್ನ ಚೌಕಟ್ಟು ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟಾಗಿರದೆ, ಯಾವುದೋ ಒಂದು ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷದಿಂದ ಮೇಲೆ ಮುನ್ನಡೆದಿದೆ.

ಈ ವಾದ ಸರಣಿಯಲ್ಲಿ ಏನೂ ದೋಷವಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಲಿಫ್ಟಿನ ಹೊರಗಿದ್ದ ನಮಗೆಲ್ಲ ಇದು ಸರಿ ಎನಿಸಲಾರದು, ಏಕೆಂದರೆ ನಮ್ಮ ಪ್ರಕಾರ, ಆ ವೀಕ್ಷಕ ಮತ್ತು ಲಿಫ್ಟ್ ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿರುತ್ತಾರೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಯಾರ ದೃಷ್ಟಿ ಕೋನ ಸರಿ ?

ಈ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಯೋಗವನ್ನೇ ಕಿಂಚಿತ್ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಅವನ್ನು ಈ ಮುಂದೆ ಹೇಳಿದಂತೆ ಕಲ್ಪಿಸಬಹುದು. ಆ ಲಿಫ್ಟಿಗೆ ಒಂದು ಹಗ್ಗ ಜೋಡಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿತ್ತೆಂದೂ ಅದು ಈಗ ಹರಿದು ಬಿದ್ದಿದೆ ಎಂದೂ ತಿಳಿಯೋಣ. ಆಗ, ಲಿಫ್ಟಿನ ಹೊರಗೆ ಇದ್ದ ನಮ್ಮ ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಆ ಲಿಫ್ಟ್ ಮತ್ತು ಅದರಲ್ಲಿಯ ವೀಕ್ಷಕ ಮತ್ತು ಇನ್ನಿತರ ವಸ್ತುಗಳೆಲ್ಲ ಭೂಮಿಯ ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ 32′/ಸೆಕೆಂದ್² ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷದಿಂದ ಬೀಳತೊಡಗುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ಅದರಲ್ಲಿದ್ದ ವೀಕ್ಷಕನೇನು ತಿಳಿಯುತ್ತಾನೆ ? ಅವನು ತನ್ನ ಕೈಯಿಂದ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಬಿಡುಗಡೆ ಮಾಡಿದರೆ ಅದು ಕೂಡ (ನಮ್ಮ ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ) 32′/ಸೆಕೆಂದ್² ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷದಿಂದ ಬೀಳುತ್ತಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ವೀಕ್ಷಕನಿಗೆ ಅದು ನಿಶ್ಚಲವಿದ್ದಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ. ಕೈ ಬಿಡುವ ಮುನ್ನ ಅದು ಲಿಫ್ಟಿನ ತಳದಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರವಿದ್ದಿತೋ ಅವೇ ದೂರ ಕೊನೆಯು ವರೆಗೂ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಲಿಫ್ಟಿನಲ್ಲಿಯ ವೀಕ್ಷಕನು, 'ನನ್ನ ಲಿಫ್ಟಿನ ಮೇಲೆ ಯಾವ ಬಲವೂ ಇಲ್ಲ, ಆದ್ದರಿಂದ ನನ್ನ ಚೌಕಟ್ಟು ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟು' ಎಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತಾನೆ. ಇದು ಸರಿಯೆ ?

ಇನ್ನೂ ಒಂದು ಹೆಜ್ಜೆ ಮುಂದುವರಿದು ಹೀಗೆ ಕಲ್ಪಿಸುವಾ : ಆ ಲಿಫ್ಟ್ ಗುರುತ್ವ ಬಲವಿಲ್ಲದ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ ಇರುವುದೆಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಆ ಲಿಫ್ಟನ್ನು ಅದರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಬಿಟ್ಟರೆ ಮತ್ತು ಅದು ತಿರುಗುತ್ತಿರದಿದ್ದರೆ, ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟೆಂದು ಭಾವಿಸಲು ಯೋಗ್ಯವಿರುತ್ತದೆ. ಈಗ ಯಾವುದೋ ಒಂದು ಶಕ್ತಿ, ಲಿಫ್ಟಿಗೆ ಕಟ್ಟಿದ ಹಗ್ಗದಿಂದ ಅದನ್ನು ಒಂದು ಸ್ಥಿರವಾದ ಬಲದಿಂದ

ಎಳೆಯ ತೊಡಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಆಗ ಆ ಲಿಫ್ಟ್ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟಾಗುವುದಿಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ ಅದರಲ್ಲಿದ್ದ ವೀಕ್ಷಕನು ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ಮುಕ್ತಗೊಳಿಸಿದರೆ ಅದು ಕೆಳಗೆ 'ಬೀಳುತ್ತದೆ'. ಅಂದರೆ ಮೇಲೆ ಹೋಗುತ್ತಿರುವ ಲಿಫ್ಟಿನ ತಳ, ಕೈಬಿಟ್ಟಲ್ಲೇ ಇದ್ದ ವಸ್ತುವನ್ನು ತಾಕುತ್ತ ಮುಂದೆ ನಡೆಯುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಲಿಫ್ಟಿನಲ್ಲಿದ್ದ ವೀಕ್ಷಕನು ಏನೆಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತಾನೆ? ನನ್ನ ಕೈಯಿಂದ ಮುಕ್ತಗೊಳಿಸಿದ ವಸ್ತುಗಳು ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷದಿಂದ ಬೀಳತೊಡಗಿವೆ ಎಂದ ಮೇಲೆ, ನಾನು ಮತ್ತು ನನ್ನ ಲಿಫ್ಟ್ ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿರಬೇಕು. ಆದರೆ ಹೊರಗಿರುವ ನಮ್ಮ ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಅಲ್ಲಿ ಗುರುತ್ವ ಬಲ ಇಲ್ಲವೇ ಇಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ ಗುರುತ್ವ ಬಲವಿಲ್ಲದ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ ಆ ಲಿಫ್ಟನ್ನು ಇರಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಯಾವ ತೀರ್ಮಾನ ಸರಿ?

ಈ ಮೇಲಿನ ತಾರ್ಕಿಕ ಪ್ರಯೋಗಗಳಿಂದ ಯಾವ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ಬರಬಹುದು? ಒಂದನೆಯ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ, ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಲಿಫ್ಟ್ ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿದ್ದರೂ ಅದರಲ್ಲಿದ್ದ ವೀಕ್ಷಕನು ಹಾಗೆ ತಿಳಿಯದೆ, ತನ್ನ ಲಿಫ್ಟ್ 32′/ಸೆಕೆಂಡ್^{2} ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷದಿಂದ ಮೇಲೆ ಹೋಗುತ್ತಿದೆ ಎಂದು ವಾದಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯ. ಅವನ ಚೌಕಟ್ಟು ಅವನ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟು ಎನಿಸಲಾರದು. ಏಕೆಂದರೆ, ಅಲ್ಲಿ ಕಾಯಗಳ ಮೇಲೆ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ ಇರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರವನ್ನು ಈ ತರಹದ ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟ ಚೌಕಟ್ಟಿನಿಂದ ಆದೇಶಿಸಿದಂತಾಯಿತು. ನಿಜವಾಗಿ ಆ ಲಿಫ್ಟ್ ಜಡ-ಚೌಕಟ್ಟಿದ್ದು, ಅದು ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ, ಒಂದು ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟು ಮತ್ತು ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳೆರಡನ್ನೂ ಒಂದು ಯೋಗ್ಯವಾದ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷಿತ ಚೌಕಟ್ಟಿನಿಂದ ಆದೇಶಿಸಬಹುದೆಂದಂತಾಯಿತು.

ಎರಡನೆಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, ಅಂದರೆ, ಲಿಫ್ಟಿನ ಹಗ್ಗ ಹರಿದು ಅದು (ಲಿಫ್ಟ್) ಭೂಮಿಯ ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ಮುಕ್ತವಾಗಿ ಬೀಳುತ್ತಿರುವಾಗ ನಮ್ಮ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ (ಲಿಫ್ಟಿನ ಹೊರಗೆ ಭೂಮಿಯ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿರುವ ನಮ್ಮ ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ) ಲಿಫ್ಟಿನ ಚೌಕಟ್ಟು ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟಾಗಿರದೆ ಗುರುತ್ವ ಬಲ

ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷದಿಂದ ಬೀಳುತ್ತಿರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಅದರಲ್ಲಿದ್ದ ವೀಕ್ಷಕನ ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಆ ಚೌಕಟ್ಟು ಜಡ-ಚೌಕಟ್ಟಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ, ಅವನು ಒಳಗಿನಿಂದ ಕಾಯಗಳನ್ನು ಬಿಡುಗಡೆ ಮಾಡಿದರೆ ಅವು ಅವನಿಗೆ ಚಲಿಸಿದಂತೆ ತೋರುವುದಿಲ್ಲ.

ಇದೇ ರೀತಿ, ಕೊನೆಯ ಸಂದರ್ಭ : ನಮ್ಮ ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಲಿಫ್ಟ್ ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೂ ಅದು ಮೇಲೆ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷದಿಂದ ಎಳೆಯಲ್ಪಡುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ ಅದರಲ್ಲಿಯ ವೀಕ್ಷಕನು ತಾನು ಒಂದು ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿರುತ್ತೇನೆಂಬ ಭಾವನೆ ಬರಬಹುದಾಗಿದೆ. ನಿಜವಾಗಿಯೂ (ಅಂದರೆ, ನಮ್ಮ ಪ್ರಕಾರ) ಅಲ್ಲಿ ಯಾವ ಬಲ ಕ್ಷೇತ್ರವೂ ಇಲ್ಲ. ಲಿಫ್ಟಿನಲ್ಲಿಯ ವೀಕ್ಷಕನು ಬಿಡುಗಡೆ ಮಾಡಿದ ಒಂದು ವಸ್ತು ಕೈ ಬಿಟ್ಟಲ್ಲಿಯೇ ಇರುತ್ತದೆ; ಅಂದರೆ ನ್ಯೂಟನ್ನನ ಜಡತಾ-ತತ್ವವನ್ನು ಪಾಲಿಸುತ್ತಿರುತ್ತದೆ.

ಮೇಲಿನ ತಾರ್ಕಿಕ ಪ್ರಯೋಗಗಳಲ್ಲಿ ವೀಕ್ಷಕನೊಬ್ಬನು ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿದ್ದಾನೆಂದು ಗ್ರಹಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಚೌಕಟ್ಟು ವಿಶ್ವದ ಅನಂತ ವ್ಯಾಪ್ಯತೆಗೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ ತೀರ ಚಿಕ್ಕದು. ಆದುದರಿಂದ ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸುತ್ತ ಹೋದಂತೆಲ್ಲ ಮೇಲಿನ ನಮ್ಮ ತೀರ್ಮಾನಗಳೆಲ್ಲ ಸರಿಯೆಂದು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವೋ ಇಲ್ಲವೋ ಹೇಳಲು ಬರುವುದಿಲ್ಲ. ಕಾರಣ, ಸ್ಥಾನಿಕವಾಗಿಯಾದರೂ ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದ ಪರಿಣಾಮಗಳನ್ನು ಯೋಗ್ಯವಾಗಿ ಆರಿಸಿದ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

ಹಾಗಾದರೆ ಗುರುತ್ವ ಬಲ ಕೇವಲ ಸರಿಯಾದ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳು ಉಂಟು ಮಾಡುವ ಬಲವೆ? ಅದು 'ನಿಜ'ವಾದ ಬಲವೇ ಅಲ್ಲವೆ? ಇವೇ ಮುಂತಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ಗುರುತ್ವ ಬಲದ ಬಗೆಗಿನ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಕೂಲಂಕಷವಾಗಿ ಅಭ್ಯಸಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಮೊದಲೇ ಹೇಳಿದಂತೆ, ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ವ್ಯಾಪಕ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ, ವಾಸ್ತವಿಕವಾಗಿ ಗುರುತ್ವವಾದವೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ಈ ಗುರುತ್ವ ವಾದ ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಬಹುಕ್ಲಿಷ್ಟ ವಿಷಯ. ಅದನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಟೆನ್ಸಾರುಗಳ ಆಳವಾದ ಅಧ್ಯಯನ, ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಅವಕಾಶದ ಬಗ್ಗೆ ರೀಮಾನ್ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಜ್ಞಾನದ

ಅವಶ್ಯಕತೆ ಇದೆ. ಈ ನಮ್ಮ ಸಧ್ಯದ ವಿವೇಚನೆಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಆಳಕ್ಕೆ ಹೋಗದೆ ಕೇವಲ ಭೌತಿಕ ತತ್ವಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡ ಲಾಗುವುದು.

ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದಲ್ಲೆಲ್ಲ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನೇ ಬಳಸಿದ್ದಾಗಿದೆ. ಯಾವುದೇ ಭೌತಿಕ ವಿದ್ಯಮಾನವನ್ನು ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಬರೆದರೆ ಅವುಗಳ ರೂಪ ಎಲ್ಲ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಿಗಿಷ್ಟೇ ಏಕೆ ನಾವು ಪ್ರಾಧಾನ್ಯತೆ ಕೊಡಬೇಕೆಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆ ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿ ಉದ್ಭವಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಮೊದಲೇ ಹೇಳಿದಂತೆ ನಮ್ಮ ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಕಂಡು ಬರುವ ಚಲನೆಗಳೆಲ್ಲ ಕೇವಲ ಸಮರೂಪೀ ರೇಖೀಯ ಚಲನೆಗಳಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಇದೂ ಅಲ್ಲದೆ. 'ಸಮಾನತಾ ತತ್ವ'ವನ್ನು ಒಳಗೊಳ್ಳುವ ಗುರುತ್ವ ವಾದವೊಂದನ್ನು ಮಂಡಿಸಲು ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಕೈಬಿಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ, ಪ್ರಕೃತಿಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವದಕ್ಕೋಸುಗ ಎಲ್ಲ ತರಹದ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳೂ ಯೋಗ್ಯವಾಗಿರಬೇಕು; ಯಾವುದೇ ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟ ತರಹದ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳು ಮತ್ತೊಂದು ತರಹದ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಿಗಿಂತ ಶ್ರೇಷ್ಠವಾಗಿರುವುದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ವೆನಿಸಲಾರದು.

ವ್ಯಾಪಕ ಸಹಚರತಾ ತತ್ವ (General Covariance Principle) :

ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಪ್ರಕಾರದ ವಿವಿಧ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಗೊಳಿಸುವುದೆಂತು ? ಈಗ, ಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನು ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ವಾಡಿಕೆ ಇರುತ್ತದೆ; ಅಲ್ಲದೆ, ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟು ಗಳನ್ನು ಲಾರೆಂರ್ಝ್ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತೇವೆ. ಒಂದು ಲಾರೆಂರ್ಝ್ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಿಂದ ಇನ್ನೊಂದಕ್ಕೆ ಹೋಗ ಬೇಕಾದರೆ ಲಾರೆಂರ್ಝ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂತೆ ಎಲ್ಲ ತರಹದ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳು ಭೌತಿಕ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಸಮಾನ–ಯೋಗ್ಯವಾಗಬೇಕಾದರೆ, ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳ ಕೈಯನ್ನೇ ಬಿಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ, ಮತ್ತು ಲಾರೇಂರ್ಝ್ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ನಾವು ಅವಲಂಬಿಸುವಂತಿರಬಾರದು. ಆದ್ದರಿಂದ, ಒಂದು ಚೌಕಟ್ಟಿನಿಂದ

ಇನ್ನೊಂದಕ್ಕೆ ಹೋಗಬೇಕಾದಾಗ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ವ್ಯಾಪಕ ಪರಿವರ್ತನಾ ಸೂತ್ರಗಳು ಬೇಕು. ಯಾವುದೇ ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟ ತರಹದ ಲಾರೆಂಝ್ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ವ್ಯವಸ್ಥೆ, ಭೌತಿಕ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳನ್ನು ಇನ್ನಾವುದೇ ತರಹದ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸರಳವಾಗಿ ಉಕ್ತಿಗೊಳಿಸುವಂತಾಗಬಾರದು. ಈ ತತ್ವಕ್ಕೆ ಇಂಗ್ಲೀಷಿನಲ್ಲಿ The principle of general covariance ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಇದನ್ನು ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಪಕ ಸಹಚರತಾ ತತ್ವವೆನ್ನಬಹುದು. ಈ ತತ್ವವನ್ನಳವಡಿಸಿಕೊಂಡು ರೂಪಿಸಲಾದ ಗುರುತ್ವ-ವಾದ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಒಂದು ಒಳ್ಳೆ ಕ್ಷೇತ್ರವಾದವನ್ನು ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಕೊಟ್ಟಿದೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯ ಯೂಕ್ಲೀಡ್ ಅವಕಾಶಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ವ್ಯಾಪಕವಾದ ಅವಕಾಶದ ಅಧ್ಯಯನವನ್ನು ಮಾಡುವುದಕ್ಕೋಸ್ಕರ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ವ್ಯಾಪಕ ಸಮಾನತಾ ತತ್ವವನ್ನು ಹೇಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದೆಂಬುದನ್ನು ಈ ಮುಂದಿನ ವಿಚಾರದಿಂದ ಮನಗಾಣಬಹುದು.

ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ತಾರ್ಕಿಕ ಲಿಫ್ಟ್ ಪ್ರಯೋಗದ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದಂತೆ ಕೆಲವೊಂದು ಸೂಕ್ತ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನು ಆಯ್ದು, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ (ಇಂಥ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಿಲ್ಲದಾಗ) ಗುರುತ್ವ ಬಲದಿಂದಾಗಬಹುದಾದ ಪರಿಣಾಮಗಳನ್ನೇ ಅನುಭವಿಸಬಹುದು, ಇದು ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕಾದರೆ ಆ ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದ ಬಲ ರೇಖೆಗಳು ಸಮರೂಪೀ (homogeneous) ಆಗಿರಬೇಕಾದುದು ಆವಶ್ಯಕ ನಿಬಂಧನೆ. ಈ ನಿಬಂಧನೆಯನ್ನು ಯಾವುದೇ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಪಾಲಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯವೆ? ಇಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ, ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಲಿಫ್ಟಿನಲ್ಲಿಯ ವೀಕ್ಷಕನು ಭೂಮಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರದ ಬಲರೇಖೆಗಳನ್ನು ಅತಿ ನಿಖರವಾಗಿ ಗೊತ್ತು ಪಡಿಸಿದ್ದೇ ಆದರೆ ಅವು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಗಮಿಸುವುದು ಅವನಿಗೆ ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ, ಇಂಥ ಸಂಗಮವಾಗುವ ಬಲ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ ಕ್ಷೇತ್ರ ಸಮರೂಪೀ ಕ್ಷೇತ್ರವೆನಿಸಲಾರದು. ಆದ್ದರಿಂದ, ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಸಂಗತಿ, ಅಂದರೆ, ಗುರುತ್ವ ಬಲದಿಂದಾಗಬಹುದಾದ ಪರಿಣಾಮಗಳನ್ನೇ ಒಂದು ಸೂಕ್ತ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟು ಕೂಡ ಉಂಟುಮಾಡಬಹುದೆಂಬುದು ಯಾವುದೇ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಸರಿ ಎಂದು ಹೇಳಲು ಬರುವುದಿಲ್ಲ. ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ

ಮಾತ್ರ ಇದು ಸಾಧ್ಯ. ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಗಾತ್ರ ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ ಗುರುತ್ವ–ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಒಂದು ಸೂಕ್ತ ಚೌಕಟ್ಟು ಇವು ಒಂದನ್ನೊಂದು 'ಆದೇಶಿಸಬಲ್ಲುವು' ಎಂಬುದರ ಸತ್ಯತೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಕಾರಣ ಮೇಲೆ ವಿವರಿಸಿದ ವ್ಯಾಪಕ ಸಮಾನತಾ ತತ್ವವನ್ನು ಒಳಗೊಳ್ಳುವ ಕ್ಷೇತ್ರದ ಅಧ್ಯಯನ ದಲ್ಲಿ ಇಂಥ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ ಏನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಪ್ರಯೋಜನವಿಲ್ಲ. ಇದನ್ನೇ ಬೇರೆ ಶಬ್ದಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳಬೇಕೆಂದರೆ, ಈ ವ್ಯಾಪಕ ತತ್ವವನ್ನು ಗುರುತ್ವದ ಅಧ್ಯಯನದಲ್ಲಿ ಸಮಾವೇಶಗೊಳಿಸಬೇಕಾದರೆ ಜಡ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನು ಆ ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದ ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗ ಬಾರದು. ಇಂಥ ವ್ಯಾಪಕ ಅವಕಾಶಕ್ಕೆ ರೀಮಾನ್ ಅವಕಾಶ ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಈಗ, ಸಾಮಾನ್ಯ ಅವಕಾಶ, ಅಂದರೆ ಯೂಕ್ಲೀಡ್ ಅವಕಾಶ, ಮತ್ತು ಅದನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ವ್ಯಾಪಕ ಅವಕಾಶ ರೀಮಾನ್ ಆವಕಾಶ, ಇವುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಪ್ರಯೋಜನಕಾರಿ ಎನಿಸುವುದು.

ರೀಮಾನ್ ಅವಕಾಶ : ನಾವು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಯೂಕ್ಲೀಡ್ ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ ds ವನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 .$$

$$= \sum_{i=1}^{3} dx_i^2 \qquad (1)$$

ಇಲ್ಲಿ dx, dy, dz ಅಥವಾ dx_1, dx_2, dx_3 ಮುಂತಾದವುಗಳು ಆ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಣ x, y, z ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿಯ ಅಥವಾ 1, 2, 3 ದಿಶೆ ಗಳಲ್ಲಿಯ ಅಂತರಗಳು. ಮೂರು ಆಯಾಮಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಆಯಾಮ ಗಳುಳ್ಳ ಅವಕಾಶವಿದ್ದಾಗ ಈ ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರವನ್ನು

$$ds^2 = \sum_{i=1}^{n} dx_i^2 \qquad (2)$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಈ ಸೂತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಗಮನಿಸಬೇಕಾದ ವಿಷಯವೆಂದರೆ ಬಲ ಬದಿಯಲ್ಲಿಯ ಎಲ್ಲ ಪದಗಳೂ ವರ್ಗಗಳಾಗಿದ್ದು, ಅವುಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಗುಣಕ 1 ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರ ಕಾರ್ಟೀಸಿಯನ್ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವಂತಹದು. ಅದನ್ನೇ ಗೋಲೀಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆದರೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸೂತ್ರ ಬರುವುದು.

$$ds^2 = c^2 dt^2 - (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta \, d\phi^2) \qquad (3)$$

ಇಲ್ಲಿ ಕೂಡ ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿ ಸಮೀಕರಣ 2 ರಲ್ಲಿಯಂತೆ ಅವಕಲ ವರ್ಗಗಳು ಮಾತ್ರ ಕಂಡು ಬರುತ್ತವೆ. ಎಲ್ಲ ಪದಗಳ ಗುಣಕಗಳು 1 ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ವ್ಯಾಪಕವಾಗುವಂತೆ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು :

$$ds^2 = \sum_i \sum_j g_{ij} \, dx^i \, dx^j . \qquad (4)$$

i ಮತ್ತು j ಗಳಿಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಕೊಡುತ್ತ ಹೋದಂತೆ ಸಂಕಲನದಲ್ಲಿಯ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಪದಗಳು ಬರುತ್ತವೆ. g_{ij} ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳಿದ್ದರೆ ಯೂಕ್ಲೀಡ್ ಅವಕಾಶವಿರುತ್ತದೆ, ಮತ್ತು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಅವುಗಳ ಮೌಲ್ಯ ಬದಲಾಗುತ್ತ ಹೋಗುತ್ತಿದ್ದರೆ ಆ ಅವಕಾಶ ಅ–ಯೂಕ್ಲೀಡ್ ಅಥವಾ ರೀಮಾನ್ ಅವಕಾಶ.

ಅ–ಯೂಕ್ಲೀಡ್ ಅವಕಾಶ 'ವಕ್ರತೆ'ಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಈ ವಕ್ರತೆಯನ್ನು ನೋಡುವುದು ಅಸಾಧ್ಯ; ಕಲ್ಪನೆ ಮಾಡುವುದು ಕೂಡ ದುಸ್ತರ. ಆದರೆ ಅದನ್ನು ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಅಭ್ಯಸಿಸುವುದು ಸ . ಇದನ್ನು ರೀಮಾನ್ ಕ್ರಿಸ್ಟಾಫೆಲ್ ಟೆನ್ಸರ್ ಎಂಬ ಟೆನ್ಸರದ ಮೂಲಕ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಈ ಟೆನ್ಸರಿಗೆ ವಕ್ರತಾ ಟೆನ್ಸರ್ ಎಂದೂ ಹೆಸರು. ಯಾವುದೊಂದು ಅವಕಾಶವನ್ನು ಶೂನ್ಯ ವಕ್ರತಾ ಟೆನ್ಸರಿನಿಂದ ವಿಶಿಷ್ಟೀಕರಿಸಲು ಬರುವಂತಿದ್ದರೆ ಆ ಅವಕಾಶಕ್ಕೆ 'ಚಪ್ಪಟೆ' ಅವಕಾಶವೆನ್ನಬಹುದು. ಯೂಕ್ಲೀಡ್ ಅವಕಾಶ ಇಂಥ ಅವಕಾಶ. ಇಂಥ ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಣ ಕನಿಷ್ಠ ದೂರ ಸರಳ ರೇಖೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಅಯುಕ್ಲೀಡ್ ಅವಕಾಶವನ್ನು ವಿಶಿಷ್ಟೀಕರಿಸುವಾಗ ವಕ್ರತಾ ಟೆನ್ಸರ್ ಶೂನ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಅಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಣ ಕನಿಷ್ಠ ದೂರ ಸರಳ ರೇಖೆಯಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಗೋಲವೊಂದರ ಮೇಲ್ಮೈಯ ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಕನಿಷ್ಠ ದೂರ ವಿಶಾಲ ವೃತ್ತವಾಗಿರುತ್ತದೆ. (ಕನಿಷ್ಠ ದೂರದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಹೆಸರು ಜಿಯೊಡೆಸಿಕ್ (Geodesic).) ಆದುದರಿಂದ ಗೋಲದ ಮೈ ಅಯುಕ್ಲೀಡ್ ಅವಕಾಶ (ಎರಡು ಆಯಾಮಗಳುಳ್ಳದ್ದು) ಇದೇ ಪ್ರಕಾರ, ಸಿಲಿಂಡರದ ಮೇಲ್ಮೈ ಕೂಡ ಎರಡು ಆಯಾಮಗಳುಳ್ಳ ಅಯುಕ್ಲೀಡ್ ಅವಕಾಶ.

ಅವಕಾಶದ ವಕ್ರತೆ : ಅವಕಾಶದ ವಕ್ರತೆ ಹೇಗೆ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ? ದ್ರವ್ಯವಿದ್ದೆಡೆಯಲ್ಲೆಲ್ಲ ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರವಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಕ್ಷೇತ್ರವನ್ನು ತಿಳಿಯುವಲ್ಲಿ ಸುಪರಿಚಿತವಾದ ಕೆಲವು ಕ್ಷೇತ್ರಗಳನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿದರೆ ಅನುಕೂಲ. ಕಾಂತ ಕ್ಷೇತ್ರ, ವಿದ್ಯುತ್ ಕ್ಷೇತ ನಮಗೆ ತಿಳಿದಂತಹವೇ ಆಗಿವೆ. ಕಾಂತವೊಂದರ ಸಮೀಪದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಬ್ಬಿಣ ಚೂರನ್ನು ಇರಿಸಿದರೆ ಅದು ಆಕರ್ಷಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಹೇಗೆ? ನ್ಯೂಟನ್ನನ ವಾದದಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ ಅಲ್ಲ. ಅವನ ಗುರುತ್ವ–ಬಲ ವಾದದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಕಣಗಳ ನಡುವಿನ ಆಕರ್ಷಣೆ ನೇರವಾಗಿ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ಒಂದು ಕಣ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ಕೂಡಲೇ ಆಕರ್ಷಿಸುತ್ತದೆ. ಅವೆರಡೂ ಕಣಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಬೇರೆ ಏನೂ ಇರುವ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಇಲ್ಲ. ಒಂದು ಕಣದ ಪ್ರಭಾವ ಇನ್ನೊಂದರ ಮೇಲೆ ದೂರದಿಂದಲೇ ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಕ್ಷೇತ್ರ ವಾದದಲ್ಲಿ ಹಾಗಲ್ಲ. ಕಾಂತವು ತನ್ನ ಸುತ್ತಲಿನ ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿ ತನ್ನ ಪ್ರಭಾವದ ಪ್ರದೇಶವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ ಕಬ್ಬಿಣ ಚೂರು ಬಂದರೆ ಕ್ಷೇತ್ರವು ಅದರ ಮೇಲೆ ಪ್ರವರ್ತಿಸುತ್ತದೆ. ಕ್ಷೇತ್ರದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅದರ ಪ್ರಭಾವ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಈಗ ಕಾಂತ ಮತ್ತು ಕಬ್ಬಿಣ ಚೂರಿನ ನಡುವೆ ಕ್ಷೇತ್ರವಿರುತ್ತದೆ.

ಆದರೆ, ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರ, ವಿದ್ಯುತ್ ಕ್ಷೇತ್ರ ಅಥವಾ ಕಾಂತ ಕ್ಷೇತ್ರಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತೀರ ಭಿನ್ನವಿರುತ್ತದೆ: ಅದೆಂದರೆ, ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದ ಪ್ರಭಾವದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವ ಕಾಯದ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ, ಆ ಕಾಯವು

ಯಾವುದರಿಂದ ನಿರ್ಮಿತವಾಗಿದೆಯೆಂಬುದನ್ನಾಗಲೀ ಅಥವಾ ಅವರ ಭೌತಿಕ ಅವಸ್ಥೆಯನ್ನಾಗಲೀ ಅವಲಂಬಿಸಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸಮಾನ ತೂಕದ ಬಂಗಾರದ ಗುಂಡು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕಾಜಿನ ಗುಂಡು (ನಿರ್ವಾತದಲ್ಲಿ) ಕೈಯಿಂದ ಬಿಡುಗಡೆ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟರೆ ಅವೆರಡೂ ನಿಷ್ಕೃಷ್ಟವಾಗಿ ಒಂದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬೀಳುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ನೆಲವನ್ನು ಏಕಕಾಲಕ್ಕೆ ತಲುಪುತ್ತವೆ (ಗೆಲಿಲಿಯೋನ ಪ್ರಯೋಗ).

ಈಗ ನ್ಯೂಟನ್ನನ ವಾದದಲ್ಲಿ ಭೂಮಿಯು ತನ್ನೆಡೆ ಎಲ್ಲ ವಸ್ತುಗಳನ್ನೂ ಆಕರ್ಷಿಸುತ್ತದೆ; ಆದ್ದರಿಂದ ಮೇಲೆಸೆದ ಯಾವುದೇ ವಸ್ತು ಭೂಮಿಗೆ ಬೀಳುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ವಾದವಲ್ಲಿ ಈ ಆಕರ್ಷಣೆಯು ಮಾತೇ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ವಾದದ ಪ್ರಕಾರ, ಭೂಮಿಯು ತನ್ನ ಸುತ್ತಲಿನ ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿ ಗುರುತ್ವ-ಕ್ಷೇತ್ರವೊಂದನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಕ್ಷೇತ್ರವು ಆ ಕಲ್ಲಿನ ಮೇಲೆ ಕಾರ್ಯ ಮಾಡಿ ಅದು ಬೀಳುವಂತೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ; ಅಂದರೆ, ಬೀಳುವ ಪಥ ಆ ಕಲ್ಲಿಗೆ ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾದುದು. ಅದೇ ಕಲ್ಲನ್ನು 11.2 ಕಿ.ಮೀ./ಸೆಕೆಂಡ್ ವೇಗದಿಂದ ಲಂಬವಾಗಿ ಎಸೆದರೆ, ಅದು ಭೂಮಿಗೆ ಮರುಳುವುದೆ? ಇಲ್ಲ. ಏಕೆ? ಕಲ್ಲು ಮೇಲೆ ಹೋದಂತೆಲ್ಲ, ಬದಲಾಗುತ್ತಿರುವ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸುತ್ತ ಹೋಗಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಕಲ್ಲು ಮರಳಿ ಬರುವ ಪಥ, ಈಗ ಅದಕ್ಕೆ ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಭೂಮಿಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ದೂರ ದೂರ ಹೋಗುವ ಪಥವೇ ಅದಕ್ಕೆ ಈಗ ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾದುದು. ಅಂದರೆ, ಅವಕಾಶ ದಲ್ಲಿ ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದ ತೀವ್ರತೆ ಮತ್ತು ದಿಶೆಗಳು ಕಾಯದ ಚಲನೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತವೆ.

ಇದೇ ರೀತಿ ನಮ್ಮ ಸೌರವ್ಯೂಹದ ರಚನೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಬಹುದು. ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಅವನ ಗ್ರಹಗಳು ಸೌರವ್ಯೂಹದ ಅವಕಾಶ ವಕ್ರತೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತವೆ. (ನಿಜವಾಗಿ ನೋಡಿದರೆ, ಇಡೀ ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿಯ ಎಲ್ಲ ದ್ರವ್ಯವೂ ಸೇರಿ ವಕ್ರತೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅದರ ಸಮೀಪದ ಕಾಯಗಳ ದ್ರವ್ಯವು ವಕ್ರತೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವಲ್ಲಿ ಪ್ರಧಾನ ಪಾತ್ರವನ್ನು ವಹಿಸುತ್ತದೆ). ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಗ್ರಹಗಳ ನಡುವೆ ಆಕರ್ಷಣೆ

ಯನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸುವ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಇಲ್ಲ. ಆಯಾ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿಯ ಅವಕಾಶದ ವಕ್ರತೆಯೂ ಅಲ್ಲಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರದ ತೀವ್ರತೆ ಮತ್ತು ದಿಶೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇವುಗಳಿಗನುಗುಣವಾಗಿ ಆಯಾ ಗ್ರಹಗಳು ಚಲಿಸುತ್ತವೆ. ಬುಧ ಗ್ರಹ (ಸೂರ್ಯನಿಗೆ ಅತ್ಯಂತ ಸಮೀಪದ ಗ್ರಹ) ದ ಪಥ ಪ್ರತಿ ವರುಷ ಬದಲಾಗುತ್ತ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಈ ಬದಲಾವಣೆ ತೀರ ಅಲ್ಪವಿರುವುದರಿಂದ ಪಥದ ವಿಚಲನೆ ಒಂದು ವರುಷದಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಹಲವು ವರುಷಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣುವಂತಹದಲ್ಲ. ಒಂದು ನೂರು ವರುಷಗಳಲ್ಲಿ ಕೂಡ 43"ಗಳಷ್ಟು ಮಾತ್ರ ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ವಿಚಲನೆಯನ್ನು ನಿಷ್ಕೃಷ್ಟವಾಗಿ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ಗುರುತ್ವ ವಾದದಿಂದ ವಿವರಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು. ಬುಧನಿಗೆ ಇದ್ದಂತೆ, ಇತರ ಗ್ರಹಗಳಿಗೂ ಪಥ ವಿಚಲನೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಅದು ತೀರ ಅಲ್ಪವಿರುವುದರಿಂದ ಅದನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ನಮ್ಮ ಸದ್ಯದ ಉಪಕರಣಗಳ ಸೂಕ್ಷ್ಮವೇದಿತ್ವವು ಸಾಲದು.

ಪರಿಮಾಣಾತ್ಮಕ ಗುರುತ್ವ ವಾದ: ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ ಗುರುತ್ವ-ವಾದದ ಪರಿಮಾಣಾತ್ಮಕ ಫಲಿತಗಳನ್ನು ರೀಮಾನ್–ಕ್ರಿಸ್ಟಾಫೆಲ್ ವಕ್ರತಾ ಟೆನ್ಸರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಪಡೆಯುವುದು ಸಾಧ್ಯ. ಈ ಕ್ಷೇತ್ರವಾದವನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸುವಾಗ ಕೆಲವೊಂದು ಗೃಹಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಲಾಗುವುದು : (i) ಕ್ಷೇತ್ರ ಗೋಲೀಯ ಸಂಮಿತಿ ಹೊಂದಿರಬೇಕು. 'ಅವಕಾಶ–ಕಾಲ' ಅವಧಿಯನ್ನು ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಬರೆದು, ಅದರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ತೆಗದರೆ ಅದು (ವರ್ಗಮೂಲ) ಆ ಅವಕಾಶದ ರೇಖಾ–ಘಟಕ (line element) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಇದು ಕೂಡ ಗೋಲಿಯ ಸಂಮಿತಿ ಪಡೆದಿರುತ್ತದೆ. (ii) ರೇಖಾ–ಘಟಕ ಕಾಲ–ನಿರವಲಂಬಿಯಾಗಿರಬೇಕು; (iii) ಅನಂತ ದೂರದಲ್ಲಿ ಈ ರೇಖಾ ಘಟಕ ಲಾರೆಂಝ್– ರೇಖಾ–ಘಟಕಕ್ಕೆ ಸರಿಹೋಗುವಂತಹದಾಗಬೇಕು.

ಈ ಮೇಲಿನ ಗೃಹಿಕೆಗಳಿಗನುಗುಣವಾಗಿ ಉತ್ಪತ್ತಿಯಾಗುವ ಪರಿಹಾರಗಳಿಗೆ ಸ್ಕ್ವಾರ್ಝ್‌ಸ್‌ಚೈಲ್ಡ್ (Schwarzschild) ಪರಿಹಾರಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಹೀಗೆ ಬಂದ ಪರಿಹಾರಗಳ ಅನ್ವಯಿತಗಳನ್ನು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ವಾದವನ್ನು ದೃಢೀಕರಿಸುವ ಮೂರು ವಿದ್ಯಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು.

ಈ ಮೂರು ವಿದ್ಯಮಾನಗಳು ಇಂತಿವೆ :

(i) ಬುಧ–ಪಥ ವಿಚಲನೆ,

(ii) ಪ್ರಕಾಶದ ಪಲ್ಲಟನ ಅಥವಾ ವಿಚಲನೆ,

(iii) ಗುರುತ್ವ–ರಕ್ತ ಪಲ್ಲಟ.

(i) **ಬುಧ-ಪಥ ವಿಚಲನೆ :** ಸೂರ್ಯನ ಕ್ಷೇತ್ರವು ಈ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪಾಲಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿದು ಬುಧನ ಪಥವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ. ಆ ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿ ವಕ್ರತೆ ಪ್ರಧಾನವಾಗಿ ಸೂರ್ಯನಿಂದಲೇ ನಿರ್ಧರಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಇಲ್ಲಿ ಗ್ರಹಿಸಲಾಗಿದೆ. ಬುಧನ ಈ ಚಲನೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸುವ ಸಮೀಕರಣ ಹೀಗಿರುತ್ತದೆ :

$$\frac{d^2 u}{d r^2} + u = \frac{m}{h^2} + 3m\, u^2 \tag{1}$$

ಇದರಲ್ಲಿ, $m = \frac{kM}{c^2}$, k = ಗುರುತ್ವ-ಸ್ಥಿರಾಂಕ $= 6.67 \times 10^{-8}$

M = ಕಣದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ, c = ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ, r = ತ್ರಿಜ್ಯಕ ದೂರ θ = ಕೋನೀಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂ , $h = r^2\phi$.

ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $3mu^2$ ಪದವನ್ನು ಬಿಟ್ಟರೆ, ಫಲಿತ ಸಮೀಕರಣ 'ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ' ವಾದದ (ಕೆಪ್ಲರ್ ಸಮಸ್ಯೆಯ) ಸಮೀಕರಣವಾಗುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ, ಈ ಪದವೇ, ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ ಪಥದಿಂದ ಭಿನ್ನವಿರುವ ಪಥವನು. ಕೊಡುವಂತಹದು. ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು ಬಿಡಿಸಲಾಗಿ ಪರಿಹಾರ ಹೀಗೆ ಬರುತ್ತದೆ :

$$u = A + B(\phi - E\phi) + E\left[A + \frac{B^2}{2A} - \frac{B^2}{6A}\cos 2\phi\right] \tag{2}$$

ಇದರಲ್ಲಿ $A = \frac{m}{h^2}$, $E = 3mA$, B = ಸ್ಥಿರಾಂಕ.

ಪರಿಹಾರ (2) ರಲ್ಲಿ B cos ($\phi - E\phi$) ಈ ಪದ ಪಥದ ವಿಚಲನೆಯನ್ನು ಕೊಡುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸುತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಆಗುವ ವಿಚಲನೆ $\delta\phi$ ಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು ಸಾಧ್ಯ :

$$\delta\phi = 2\pi E = 2\pi \left(\frac{3k^2 \; M^2}{c^2 \; H^2} \right)$$

ಈಗ, ಬುಧನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ $= 0.325 \times 10^{27}$ gm.

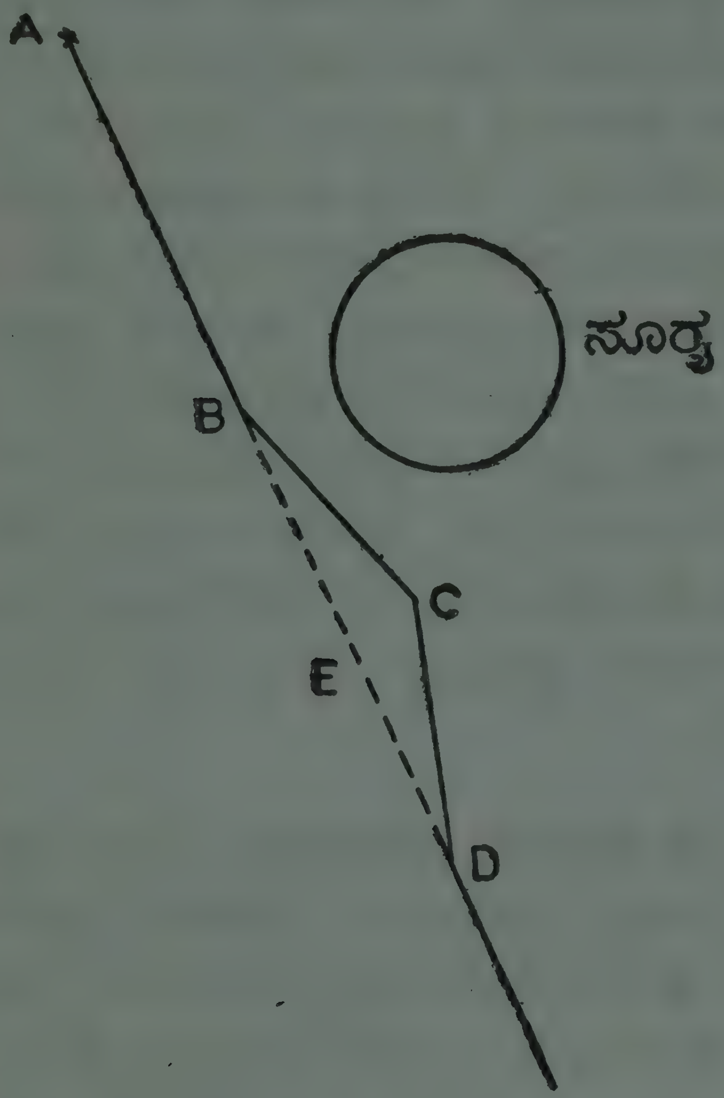
ಗುರುತ್ವ ಸ್ಥಿರಾಂಕ $= 6.67 \times 10^{-8}$ cm^3 sec^{-2} gm^{-1}

ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ $= 3 \times 10^{10}$ cm/sec

ಇವುಗಳನ್ನು ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದರೆ ಮತ್ತು ಬುಧನು ಸೂರ್ಯನ ಸುತ್ತಲೂ ಒಮ್ಮೆ ಪ್ರದಕ್ಷಿಣೆ ಹಾಕಲು 87.9693 ದಿನಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆಂದು ತಿಳಿದರೆ $\delta\phi$, 100 ವರುಷಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆಂದು ಹೇಳ ಬಹುದು. ಅದು 42.89″ ಗಳಷ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ. ಈ ಫಲಿತಾಂಶ, ಪ್ರಯೋಗ ಗಳಿಂದ ಕಂಡು ಬಂದ (42.6″)ಕ್ಕೆ ನಿಷ್ಕೃಷ್ಟವಾಗಿ ಹೊಂದುತ್ತದೆಂಬುವನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು.

(ii) **ಪ್ರಕಾಶದ ಪಲ್ಲಟನ ಅಥವಾ ವಿಚಲನ :** ಮೇಲೆ ವಿವರಿಸಿದ ಬುಧ ಪಥ ವಿಚಲನೆ ಸೂರ್ಯನ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ ಪ್ರಕಾಶದ ಕಿರಣ (ಅಲೆ) ಕೂಡ ಸೂರ್ಯನ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ಹಾಯ್ದು ಹೋಗುವಾಗ, ಆ ಕ್ಷೇತ್ರದಿಂದ ಪ್ರಭಾವಿತಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ಪ್ರಕಾಶ–ಕ್ವಾಂಟಮ್‌ದ ಪಥ ಕೂಡ ವಿಚಲಿತವಾಗುತ್ತದೆ. ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ ವಾದಕ್ಕೆ ಈ ಫಲಿತ ಅರ್ಥವಾಗದಂತಹದು. ಪ್ರಕಾಶದ ಕಿರಣಕ್ಕೂ, ಗುರುತ್ವಕ್ಕೂ ಅಲ್ಲಿ ಏನೂ ಸಂಬಂಧವಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಪ್ರಕಾರ, ಶಕ್ತಿ ಮತ್ತು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಸಮಾನವಾದುದರಿಂದ ಮತ್ತು ಪ್ರಕಾಶ ಕೂಡ ಶಕ್ತಿಯ ಒಂದು ರೂಪವೇ ಆದುದರಿಂದ ಅದು ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದಿಂದ ಪ್ರಭಾವಿತಗೊಳ್ಳುವುದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕವೆನಿಸುತ್ತದೆ.

ಆದರೆ ಸೂರ್ಯನ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ಹಾಯ್ದು ಹೋಗಬಹುದಾದ ಪ್ರಕಾಶದ ಅಲೆ ಯಾವುದು ? ಅದು ವಿಚಲಿತಗೊಂಡುದುದನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸುವುದೆಂತು ? ಸೂರ್ಯನ ಕ್ಷೇತ್ರದಿಂದ ಸಾಕಷ್ಟು ಪ್ರಭಾವಿತ ಹೊಂದಬೇಕಿದ್ದರೆ ಆ ಕಿರಣ ಸೂರ್ಯನ ಹತ್ತಿರ ಬರಬೇಕು. ಆದರೆ ಹಾಗೆ ಸೂರ್ಯನ ಹತ್ತಿರ ಕಿರಣ



ಚಿತ್ರ 4

ಬಂದರೆ ಅದನ್ನು ನೋಡುವುದು ಹೇಗೆ ಸಾಧ್ಯ ? ಏಕೆಂದರೆ, ಸೂರ್ಯನ ಪ್ರಕಾಶದಲ್ಲಿ ಆ ಹೊರಗಿನಿಂದ ಬರುವ ಪ್ರಕಾಶದ ತೀವ್ರತೆ ತೀರ ಕಡಿಮೆ ಯಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ವಿಜ್ಞಾನಿಗಳು ಈ ರೀತಿ ಬಿಡಿಸಿದರು : ಸಂಪೂರ್ಣ ಸೂರ್ಯಗ್ರಹಣದ ವೇಳೆಗೆ ಸೂರ್ಯನ ಮುಖ ಮುಚ್ಚಿರುತ್ತದೆ.

ಆಗ ಹೊರಗಿನಿಂದ ಬರುವ ಪ್ರಕಾಶವನ್ನು, ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಯಾವುದೋ ಒಂದು ದೂರದ ನಕ್ಷತ್ರದಿಂದ ಬರುವ ಪ್ರಕಾಶವನ್ನು ನಾವು ವೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು. ಪ್ರಕಾಶದ ಈ ಪಲ್ಲಟನವನ್ನು ಮೊಟ್ಟ ಮೊದಲು 1919 ರ ಸಂಪೂರ್ಣ ಸೂರ್ಯಗ್ರಹಣದ ಸಮಯಕ್ಕೆ ಅಳೆಯಲಾಯಿತು.

ಈ ವಿದ್ಯಮಾನವನ್ನು ಚಿತ್ರರೂಪವಾಗಿ ಈ ಮೇಲೆ ತೋರಿಸಿದಂತೆ (ಚಿತ್ರ 4) ವಿವರಿಸಬಹುದು; ದೂರದ ನಕ್ಷತ್ರ A ದಿಂದ ಪ್ರಕಾಶ ಕಿರಣವೊಂದು ಉತ್ಸರ್ಜಿತವಾಗಿ ಸೂರ್ಯನ ಕ್ಷೇತ್ರದಿಂದ ದೂರವಿರುವ ವರೆಗೆ ಮಾರ್ಗ AB ಗುಂಟ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ B ಸೂರ್ಯನ ಸಮೀಪದ ಬಿಂದು. ಸೂರ್ಯನ ಸನ್ನಿಧಿಯಲ್ಲಿ ಅದರ ಪಥ ವಿಚಲಿತಗೊಂಡು BC ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ನಕ್ಷತ್ರದಿಂದ ಬರುವ ಪ್ರಕಾಶದ ಕಿರಣ ಕಿಂಚಿತ್ 'ಆಕರ್ಷಿತ'ಗೊಂಡಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ. ಪುನಃ ಸೂರ್ಯನಿಂದ ದೂರ ಹೋದಾಗ ಪ್ರಕಾಶದ ಅಲೆ CD ಗುಂಟ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ AB ಯನ್ನು ಸರಳವಾಗಿ ಬೆಳೆಸಿ ತೆಗೆದ BE ಯ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ನಮ್ಮ ದೂರದರ್ಶಕ ದಿಶೀಕೃತವಿದ್ದರೆ ಆ ನಕ್ಷತ್ರ ಕಾಣದು; ಅದು CD ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ದಿಶೀಕೃತವಿದ್ದರೆ ನಕ್ಷತ್ರ ಕಾಣುತ್ತದೆ. CD ಮತ್ತು BE ದಿಶೆಗಳ ಮಧ್ಯದ ಕೋನ ಪ್ರಕಾಶ ಕಿರಣದ ಪಲ್ಲಟನವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಈ ಪಲ್ಲಟದ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಪಡೆಯುವಲ್ಲಿ ಬುಧ-ಪಥ ವಿಚಲನೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವಾಗ ಮಾಡಲಾದ ಗೃಹಿಕೆಗಳನ್ನೇ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಇವೆರಡೂ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ವ್ಯತ್ಯಾಸವಿರುತ್ತದೆ. ಬುಧ-ಪಥ ವಿಚಲನೆಯಲ್ಲಿ ರೇಖಾ-ಘಟಕ ಶೂನ್ಯವಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಇಲ್ಲಿ ಅದು ಶೂನ್ಯ. ಏಕೆಂದರೆ ds^2 ಉಕ್ತಿಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ :

$$ds^2 = c^2dt^3 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

ಕಂಸಗಳಲ್ಲಿದ್ದ ಅವಕಾಶ-ಅವಧಿ ಈಗ c^2dt^2 ಆಗುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಈಗ ನಮ್ಮ ಚಲಿಸುವ 'ಕಣ' ಪ್ರಕಾಶದ ಅಲೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರಕಾಶದ ಪಲ್ಲಟನವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವಾಗ ಅವಕಲಿಸುವ ಪ್ರಾಚರ s ಆಗಲಾರದು,

ಈಗ ಬಿಡಿಸಬೇಕಾದ ಸಮೀಕರಣ ಇಂತಿದೆ :

$$\frac{d^2u}{dp^2} + u = 3mu^2$$

ಇಲ್ಲಿ p, S_ನ್ನುಳಿದು ಯಾವುದೋ ಬೇರೊಂದು ಪ್ರಾಚರ. ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದು, ಪ್ರಕಾಶ ಕಿರಣವು ಅನುಭವಿಸುವ ಒಟ್ಟು ಪಲ್ಲಟನ $\triangle$ವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಪಡೆಯುವುದು ಸಾಧ್ಯ :

$$\Delta = \frac{4m}{\gamma_0} = \frac{4kM}{c^2\gamma_0}.$$

k, M, c ಇವೆಲ್ಲ ಬುಧ-ಪಥ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿರುವ ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳೇ ಆಗಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ನಕ್ಷತ್ರದಿಂದ ಬರುವ ಪ್ರಕಾಶದ ಕಿರಣವೊಂದು ಸೂರ್ಯನ ಮೇಲ್ಮೈಯನ್ನು ತರಕೊಂಡು (ತಡೆಹಾಯ್ದು) ಹೋಗುವಂತಹ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಅವರಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಒಟ್ಟು ಪಲ್ಲಟನವನ್ನು ಪರಿಕಲಿಸಬಹುದು. ಹಾಗೆ ಮಾಡಿದಾಗ, $\triangle = 1{\cdot}75''$ ಎಂದು ಬರುತ್ತದೆ. ಅಥವಾ, ಸೂರ್ಯನ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ d × (ಸೂರ್ಯತ್ರಿಜ್ಯ) ದಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿ ಹಾಯ್ದು ಹೋಗುವ ನಕ್ಷತ್ರದಿಂದ ಬರುವ ಪ್ರಕಾಶದ ಕಿರಣ $\Delta = \frac{1{\cdot}75''}{d}$ ಕೋನದಷ್ಟು ಪಲ್ಲಟನ ಹೊಂದುತ್ತದೆ. ಇದು ಕೂಡ ನಿಷ್ಕೃಷ್ಟವಾಗಿ ಪ್ರಯೋಗಗಳ ಫಲಿತಗಳಿಗೆ ಸಂಪಾತವಾಗುತ್ತದೆಂಬುದು ಗಮನಾರ್ಹ.

(iii) **ರಕ್ತ ಪಲ್ಲಟನ (Red Shift) :** ರಕ್ತಪಲ್ಲಟನವೆಂದರೇನು ? ಈ ಪದದಿಂದ ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ಎರಡು ಮುಖ್ಯ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳನ್ನು ಪ್ರಭೇದಿಸುವುದು ಸೂಕ್ತ : (a) ಡಾಪ್ಲರ್ ಪರಿಣಾಮದಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ರಕ್ತಪಲ್ಲಟನ, ಮತ್ತು (b) ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ರಕ್ತ-ಪಲ್ಲಟನ.

(a) ಮೊದಲನೆಯ ವಿದ್ಯಮಾನದಲ್ಲಿ ಆಕರ (ಪ್ರಕಾಶದ ಅಥವಾ ಧ್ವನಿಯ) ಮತ್ತು ಗ್ರಾಹಕ ಇವುಗಳ ನಡುವೆ ಸಾಪೇಕ್ಷ ವೇಗವಿದ್ದರೆ, ಆಕರದಿಂದ ಹೊರಟ ಅಲೆಗಳ ಆವರ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚು ಕಡಿಮೆಯಾದಂತೆ ಗ್ರಾಹಕಕ್ಕೆ ತೋರುತ್ತದೆ.

ಈಗ, ಒಂದು ನಕ್ಷತ್ರವು ನಮ್ಮಿಂದ ದೂರ ದೂರ ಹೋಗುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಅದರಿಂದ ಬರುವ ಪ್ರಕಾಶದ ಆವರ್ತಸಂಖ್ಯೆ ನಮಗೆ ಕಡಿಮೆಯಾದಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ. ಆ ನಕ್ಷತ್ರದಲ್ಲಿ ಕಬ್ಬಿಣದ ನಿಕ್ಷೇಪವಿದೆಯೆಂದೂ, ಕಬ್ಬಿಣದ ಅಣು ಪರಮಾಣುಗಳು ರೋಹಿತ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಉತ್ಸರ್ಜಿಸುವ ಉದ್ರೇಕಿತ ಅವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಇರುವವೆಂದೂ ಭಾವಿಸೋಣ. ಯಾವುದೊಂದು ಇಂಥ ರೋಹಿತ ರೇಖೆಯ ತರಂಗದೂರ λ ಇದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಅದೇ ರೇಖೆಯನ್ನು ನಮ್ಮ ಪ್ರಯೋಗಾಲಯದಲ್ಲಿ ಉತ್ಪಾದಿಸಿ, ಅದರ ರಚನೆಯ ಮೂಲಕ ಅದನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯವಿದೆಯೆಂದು ತಿಳಿಯುವಾ. ಆಗ, ನಮಗೆ ದೂರದಿಂದ ಬರುವ ಆ ರೇಖೆಯ ತರಂಗದೂರ ಮತ್ತು ಪ್ರಯೋಗಾ-ಲಯದಲ್ಲಿಯ ಆ ರೇಖೆಯ ತರಂಗದೂರ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ. ಪ್ರಯೋಗಾಲಯದಲ್ಲಿ ಅದರ ತರಂಗದೂರ $(\lambda - d\lambda)$, ಅಂದರೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಕಡಿಮೆ ತರಂಗದೂರದ್ದಾಗಿ ಅಳೆಯಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, ನಕ್ಷತ್ರದಿಂದ ಬರುವ ರೋಹಿತ ರೇಖೆಯ ತರಂಗದೂರವನ್ನು ನಾವು ಪ್ರಯೋಗಾಲಯದಲ್ಲಿ ಅಳೆದರೆ ಅದು ಪ್ರಯೋಗಾಲಯದಲ್ಲಿಯೇ ಉತ್ಪಾದಿಸಿ ಅಳೆದ ರೇಖೆಯ ತರಂಗ ದೂರಕ್ಕಿಂತ ಕಿಂಚಿತ್ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ತೋರಿ ಬರುತ್ತದೆ. ಬೇರೆ ಶಬ್ದಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ನಕ್ಷತ್ರದಿಂದ ಬರುವ ವಿಕಿರಣದ ತರಂಗ ದೂರ, ಪ್ರಯೋಗಾಲಯದಲ್ಲಿ ಉದ್ರೇಕಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ರೇಖೆಯ ದೀರ್ಘ ತರಂಗದ ಬದಿಗೆ ಪಲ್ಲಟಗೊಂಡಂತೆ ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, ಕಬ್ಬಿಣದ ರೋಹಿತದಲ್ಲಿ, ಅದು ಕೆಂಪು ಬದಿಗೆ ಪಲ್ಲಟನ ಹೊಂದಿದಂತೆ. ಇದೇ ಡಾಪ್ಲರ್ ರಕ್ತ ಪಲ್ಲಟನ.

(b) ಇನ್ನು ನಮಗೆ ಸದ್ಯ ಬೇಕಾಗಿರುವ ಗುರುತ್ವ ರಕ್ತ ಪಲ್ಲಟನ ಎಂದರೇನು ? ಡಾಪ್ಲರ್ ಪಲ್ಲಟನವಲ್ಲಿಯಂತೆಯೇ, ದೂರದ ನಕ್ಷತ್ರವೊಂದ

ರಿಂದ ಪರಮಾಣು ಉತ್ಸರ್ಜಿಸುವ ರೋಹಿತವನ್ನು, ಅದೇ ಪರಮಾಣು ಪ್ರಯೋಗಾಲಯದಲ್ಲಿ ಕೊಡುವ ರೋಹಿತದೊಡನೆ ಹೋಲಿಸಿಯೇ ಈ ವಿದ್ಯಮಾನವನ್ನೂ ಅಭ್ಯಸಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿ ಕೂಡ ರಕ್ತ ಪಲ್ಲಟನವೇ ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಈ ಪಲ್ಲಟನ ಸಾಪೇಕ್ಷ ವೇಗದಿಂದ ಉಂಟಾದುದಲ್ಲ— ಆ ನಕ್ಷತ್ರವಿದ್ದೆಡೆಯಲ್ಲಿಯ ಗುರುತ್ವ ಕ್ಷೇತ್ರದಿಂದ ಉಂಟಾದುದು. ಇದನ್ನು ಪರಿಕಲಿಸುವಲ್ಲಿ ನಕ್ಷತ್ರ ಮತ್ತು ವೀಕ್ಷಕರ ಇವರ ನಡುವಿನ ಸಾಪೇಕ್ಷ ವೇಗವನ್ನು ಉಪೇಕ್ಷಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಈ ರಕ್ತ ಪಲ್ಲಟನವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ನಾವು ಪುನಃ ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದಕ್ಕೇನೇ ಶರಣು ಹೋಗಬೇಕು. ಸಮರೂಪಿ ಚಲನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಜಡ-ಚೌಕಟ್ಟುಗಳ ಪೈಕಿ ಒಂದು ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿಯ ಗಡಿಯಾರ, ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿಯ ವೀಕ್ಷಕನಿಗೆ ಹೇಗೆ ನಡೆದಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರಿತಿದ್ದೇವೆ. ಒಬ್ಬನ ಗಡಿಯಾರ ಇನ್ನೊಬ್ಬನ ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ನಿಧಾನವಾಗಿ ಕಾರ್ಯಮಾಡುವಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ.

S– ಚೌಕಟ್ಟಿಗೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ, S'– ಚೌಕಟ್ಟು ಒಂದು ಸ್ಥಿರ ಕೋನೀಯ ವೇಗ w ದಿಂದ ತಿರುಗುತ್ತಿರುತ್ತದೆಂದು ತಿಳಿಯುವಾ. S'– ಚೌಕಟ್ಟು ಒಂದು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ತಟ್ಟೆಯೆಂದೇ ಭಾವಿಸೋಣ. ತಟ್ಟೆಯ ಅಂಚಿನ ಮೇಲೆ ಮತ್ತು ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದೊಂದು ಚಿಕ್ಕ ಗಡಿಯಾರವನ್ನು ಇರಿಸಲಾಗಿದೆ. ತಟ್ಟೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯ r ಇರಲಿ. ತಟ್ಟೆಯ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ದೂರ ದೂರ ಹೋದಂತೆ $v = rw$ ಎಂದು ಇರುವುದರಿಂದ, ರೇಖೀಯ ವೇಗ v ಹೆಚ್ಚುತ್ತ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ. ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಅದು ಶೂನ್ಯವಿದ್ದು ಅಂಚಿನಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಧಿಕವಿರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿರಿಸಿದ ಗಡಿಯಾರ, S– ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿರಿಸಿದ ಗಡಿಯಾರದ ಕಾರ್ಯಮಾಡುವ ದರದಷ್ಟೇ ದರವನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ S– ಚೌಕಟ್ಟಿನ ವೀಕ್ಷಕನಿಗೆ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿರಿಸಿದ ಗಡಿಯಾರ ತನ್ನ ಗಡಿಯಾರ ನಡೆದ ಹಾಗೆ ತೋರುತ್ತದೆ, ಆದರೆ ಅಂಚಿನಲ್ಲಿಯ ಗಡಿಯಾರ (S'– ಚೌಕಟ್ಟು), v ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ ನಿಧಾನ ವಾಗಿ ಕಾರ್ಯಮಾಡುತ್ತಿರುವಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ S'–

ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಅಂಚಿನಲ್ಲಿರುವ ವೀಕ್ಷಕನಿಗೆ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿಯ ಗಡಿಯಾರ ನಿಧಾನವಾಗಿ ಕಾರ್ಯ ಮಾಡುತ್ತಿರುವಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ.

S'_, ವೃತ್ತಾಕಾರದ ತಟ್ಟೆ ಇರುತ್ತದೆಂದು ತಿಳಿದಿರುವುದರಿಂದ, ಅದು ತಿರುಗುತ್ತಿರುವಾಗ ತ್ರಿಜ್ಯೀಯವಾಗಿ ಕೇಂದ್ರಾಪಗಾಮಿ ಬಲವರ್ತಿಸುತ್ತಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿರುವ ವಸ್ತುಗಳೆಲ್ಲ ತ್ರಿಜ್ಯೀಯವಾಗಿ ಹೊರಗೆಸೆಯಲ್ಪಡುವಂತಹ ಬಲವನ್ನು ಅನುಭವಿಸುತ್ತಿರುತ್ತವೆ. ಆದರೆ, S'– ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಮೇಲಿನ ವೀಕ್ಷಕರೂ ಅದರೊಡನೆ ತಿರುಗುತ್ತಿರುವದರಿಂದ ಭ್ರಮಣದ ಜ್ಞಾನ ಅವರಿಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಹೊರಗೆಸೆಯಲ್ಪಟ್ಟಂತೆ ಬಲವೊಂದನ್ನು ಅನುಭವಿಸುತ್ತಿರುತ್ತಾರೆ. ಕಾರಣ ಅವರು ಈ ಬಲದ ಎಳೆತವನ್ನು ಒಂದು ಗುರುತ್ವ ಬಲದ ಎಳೆತವೆಂದು ಕೂಡ ತಿಳಿಯುವುದು ಸಾಧ್ಯ. ಈ ಮೊದಲು ಹೇಳಿದಂತೆ, S'_ದ ಅಂಚಿನಲ್ಲಿದ್ದ ಒಬ್ಬ ವೀಕ್ಷಕನಿಗೆ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿರಿಸಿದ ಗಡಿಯಾರವೊಂದು ನಿಧಾನವಾಗಿ ನಡೆದಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ದೂರಗಳಲ್ಲಿರಿಸಿದ ಗಡಿಯಾರಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ದರದಿಂದ ಕಾರ್ಯ ಮಾಡುತ್ತಿರುವಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ. ಈ ವಿದ್ಯಮಾನವು, ತನ್ನ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿರುವ ಗುರುತ್ವ-ಬಲದಿಂದಲೇ ಉಂಟಾದುದು ಎಂದು S'_ದ ಅಂಚಿನಲ್ಲಿಯ ವೀಕ್ಷಕನು ತಿಳಿಯುವುದು ಸಾಧ್ಯ.

ಈಗ, S_ ಗೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ, S'_ದ ಅಂಚಿನಲ್ಲಿದ್ದ ಗಡಿಯಾರ

$$v = rw$$

ವೇಗವನ್ನು ಪಡೆದಿರುತ್ತದೆ. S_ ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಆ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿರುವ ಗಡಿಯಾರ ವಿರಾಮ ಸ್ಥಿತಿಯಲ್ಲಿದ್ದಾಗ ಪ್ರತಿ ಸೆಕೆಂದಿಗೆ v_0 ಸಲ ಟಿಕ್ ಟಿಕ್ ಶಬ್ದ ಮಾಡುತ್ತಿರಲಿ. ಬೇರೆ ಶಬ್ದಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಆ ಗಡಿಯಾರವು ಕಾರ್ಯಮಾಡುವ ದರ v_0 ಎಂದಿರಲಿ. S_ ಗೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ, S'_ ದ ಅಂಚಿನಲ್ಲಿರಿಸಿದ ಗಡಿಯಾರ $v = rw$ ವೇಗದಿಂದ ಓಡುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ ಅದರ ಕಾರ್ಯಮಾಡುವ ದರ (S_ ಗೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ)

$$v = v_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನೇ, ಸಾಕಷ್ಟು 'ನಿಖರ' ಅಂದಾಜಿನಲ್ಲಿ,

$$v = v_0 \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c} \right\}$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಅಂದರೆ,

$$= v_0 \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{r^2 w^2}{c^2} \right\}$$

ಈಗ, ಅಂಚಿನಲ್ಲಿಯ ವಸ್ತುವೊಂದು ತಟ್ಟೆಯ ಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಹೋಗುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕಾದರೆ ಅದರ ಮೇಲೆ ಬಾಹ್ಯದಿಂದ ಕಾರ್ಯ ಮಾಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಭ್ರಮಣದಿಂದಾಗಿ ವಸ್ತು ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ದೂರ ಎಸೆಯಲ್ಪಡುತ್ತಿರುತ್ತದೆ. ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಎಸೆಯುವಂತಹ ಬಲ ಶೂನ್ಯವಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅಂಚಿನ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಅಧಿಕವಿರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ವಸ್ತುವೊಂದನ್ನು ಅಂಚಿನಿಂದ ಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಸಾಗಿಸುವಲ್ಲಿ ಮಾಡಬೇಕಾಗುವ ಕಾರ್ಯ, ಅಂಚಿನಲ್ಲಿಯ ಬಿಂದು ಮತ್ತು ಕೇಂದ್ರ ಇವುಗಳ ನಡುವಿರುವ ವಿಭವಾಂತರಕ್ಕೆ ಸಮ ಇರಬೇಕು; (ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಆ ವಸ್ತುವಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ 1 ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗಿದೆ) ಈ ವಿಭವಾಂತರವನ್ನು ϕ ಎಂದು ತಿಳಿದರೆ

$$\phi = \frac{-w^2 r^2}{2}$$

ಎಂದು ಬರುತ್ತದೆ. [ತಟ್ಟೆಯ ಅಂಚಿನಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರಾಪಗಾಮಿ ಬಲ $\frac{mr^2 w^2}{r}$ ಎಂದಿರುತ್ತದೆ. $m = 1$ ಎಂದಾದರೆ, ಇದು rw^2 ಎಂದಾಯಿತು. ಆದ್ದರಿಂದ, ಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು ಅಂಚಿನಲ್ಲಿಯ ಬಿಂದು ಇವೆರಡರ ನಡುವಿನ ಒಟ್ಟು ವಿಭವಾಂತರ $\int_0^r rw^2 dr = \frac{r^2 w^2}{2}$ ಎಂದು ಬರುತ್ತದೆ.]

ಆದ್ದರಿಂದ, $v = v_0 \left\{ 1 + \frac{\phi}{c^2} \right\}$

ಈ ಫಲಿತದಿಂದ ಈ ಮುಂದಿನ ಎರಡು ತೀರ್ಮಾನಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು :

(1) (ಎಲ್ಲ ವಿಧದಲ್ಲಿ) ತದ್ರೂಪವಿರುವ ಎರಡು ಗಡಿಯಾರಗಳು ತಟ್ಟೆಯ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ದೂರಗಳಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಕಾರ್ಯ ಮಾಡುವ ದರ ಹೆಚ್ಚು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

(2) ಮೇಲೆ ತಿಳಿದಂತೆ, ಆ ತಟ್ಟೆಯೊಡನೆ ತಿರುಗುತ್ತಿರುವ ವೀಕ್ಷಕನ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಕೂಡ ಇದು (ಮೇಲೆ 1 ರಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದುದು) ಸರಿಯೆ.

ಈ ಮೊದಲು ನೋಡಿದಂತೆ, ಗಡಿಯಾರಗಳ ಕಾರ್ಯ ಮಾಡುವ ಈ ದರ ವ್ಯತ್ಯಾಸ, S'– ವೀಕ್ಷಕನ ಪ್ರಕಾರ, ಗುರುತ್ವ ಬಲದಿಂದ ಉಂಟಾಗುವಂತಹದು. ಈಗ ಇದನ್ನೇ ವಿಸ್ತರಿಸಿ, ವ್ಯಾಪಕ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ ಗುರುತ್ವ ಬಲವಿದ್ದಾಗ ಕೂಡ ಈ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಈಗ, ನಮ್ಮ ಗಡಿಯಾರ, ರೋಹಿತ ರೇಖೆಯನ್ನು ಉತ್ಸರ್ಜಿಸುವ ಪರಮಾಣುವೇ ಆಗಿರಲಿ. ಗುರುತ್ವ ವಿಭವ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿರಿಸಿದಾಗ ಅದು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಆವರ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ರೋಹಿತ ರೇಖೆಯನ್ನು ಉತ್ಸರ್ಜಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ವಿಚಾರವನ್ನು ಈ ಮೊದಲು ಹೇಳಿದ ನಕ್ಷತ್ರವು ಕೊಡುವ ಪ್ರಕಾಶಕ್ಕೆ ಅನ್ವಯಿಸುವಾ. ನಕ್ಷತ್ರದಲ್ಲಿಯ ರೋಹಿತ ಉತ್ಸರ್ಜಿಸುವ ಪರಮಾಣು ಒಂದು ಗುರುತ್ವ ವಿಭವ ದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ತದ್ರೂಪ ಪರಮಾಣು ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿದ್ದಾಗ ಬೇರೆ ಗುರುತ್ವ ವಿಭವ ದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. ಈಗ ಮೇಲೆ ಬರೆದ ಸೂತ್ರವನ್ನು

$$\frac{v - v_0}{v_0} = \frac{\phi}{c^2}$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಭೂಮಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ನಕ್ಷತ್ರದ ವಿಭವ ϕ ಋಣ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಪಡೆದಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $(v - v_0)$, ಅಂದರೆ, ಆವರ್ತ–ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಋಣ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ನಕ್ಷತ್ರದಲ್ಲಿಯ–ಪರಮಾಣು ಉತ್ಸರ್ಜಿಸುವ ರೋಹಿತ ರೇಖೆಯ ಆವರ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ v_0 ಇದ್ದರೆ, ಭೂಮಿಯ ಮೇಲೆ ಅದರ ಆವರ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ ಅದಕ್ಕೂ ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ, ನಕ್ಷತ್ರದಿಂದ ಬರುವ

ರೋಹಿತ ರೇಖೆ, ರೋಹಿತದ 'ರಕ್ತ' ಬದಿಗೆ ಪಲ್ಲಟವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದೇ ಗುರುತ್ವ-ರಕ್ತ ಪಲ್ಲಟ.

ಸೂರ್ಯನೇ ಆ ನಕ್ಷತ್ರವಾದಾಗ, ಈ ಪಲ್ಲಟ ಎರಡು ಹತ್ತುಲಕ್ಷಾಂಶ ತರಂಗದೂರದಷ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ. ಅದನ್ನೇ ಬೇರೆ ನಕ್ಷತ್ರಗಳಿಗೆ ನಿಖರವಾಗಿ ಪರಿಕಲಿಸುವುದು ದುಸ್ತರ. ಏಕೆಂದರೆ, ಪರಿಕಲಿಸಲು ಅವಶ್ಯವಿರುವ ನಕ್ಷತ್ರಗಳ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ದೂರ ನಿಖರವಾಗಿ ಗೊತ್ತಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ, ವ್ಯಾಪಕ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದಕ್ಕೆ ಈ ಪರಿಣಾಮ ಅಷ್ಟೊಂದು ದೃಢೀಕರಣವನ್ನು ಕೊಡಲಿಕ್ಕಿಲ್ಲವೆಂದು ಮೊದಲು ಎನಿಸುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಇತ್ತೀಚಿನ (1960) ಕೆಲವು ಪ್ರಯೋಗಗಳು ಭೂಮಿಯ ಮೇಲೆ ನಡೆಯುವ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವಂತಹವಾದುದರಿಂದ ಸಾಕಷ್ಟು ನಿಖರತೆಯನ್ನು ಕೊಡಬಲ್ಲವು. ಇಂಥ ಪ್ರಯೋಗಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲ ಪೌಂಡ್ ಮತ್ತು ರೆಬ್ಕಾ ಅವರ ಪ್ರಯೋಗಗಳೇ ಪ್ರಮುಖ. ಅವರು ತಮ್ಮ ಪ್ರಯೋಗಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಸ್‌ಬಾಯರ್ ಪರಿಣಾಮವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ರಕ್ತಪಲ್ಲಟವನ್ನು ದೃಢೀಕರಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಇದರ ವಿವರಗಳಿಗೆ ಹೋಗದೆ ಈ ಮುಂದಿನದನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೇಳ ಬಯಸುತ್ತೇವೆ: ಪ್ರಯೋಗಗಳ ಫಲಿತ ಮತ್ತು ಸೈದ್ಧಾಂತಿಕ ಫಲಿತ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ನಿಕಟ ಹೊಂದಾಣಿಕೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ರಕ್ತ ಪಲ್ಲಟನ ಕೂಡ, ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ವ್ಯಾಪಕ ವಾದದ ದೃಢೀಕರಣವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲು ಅಭ್ಯಂತರವಿಲ್ಲ.

ಅಧ್ಯಾಯ 6 (b)

ವಿಶ್ವದ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳು

ಇಲ್ಲಿಯ ವರೆಗೆ ಅಭ್ಯಸಿಸಿದ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಅನೇಕ ಉಪಯುಕ್ತ ಫಲಿತಗಳಲ್ಲಿ ವಿಶ್ವದ ಬಗೆಗೆ ಹೊರ ಹೊಮ್ಮಿದ ವಿಶ್ವದ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳೂ ಸೇರಿವೆ. ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ, ವಿಶೇಷತಃ ವ್ಯಾಪಕ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ ವಿಶ್ವ ಶಾಸ್ತ್ರವೊಂದರ ನಿರ್ಮಾಣಕ್ಕೆ ಎಡೆಗೊಟ್ಟಿತು. ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿ, ನಕ್ಷತ್ರಾದಿ ಕೋಟ್ಯಾನು ಕೋಟಿ ವಸ್ತುಗಳನ್ನೂ, ಸಹಸ್ರಾರು ಕೋಟಿ ಜೀವಿಗಳನ್ನೂ ಒಳಗೊಂಡ ವಿಶ್ವದ ಆಕಾರ. ಗಾತ್ರ ಮತ್ತು ರಚನೆ ಹೇಗಿರಬಹುದೆನ್ನುವುದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿಯೇ ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಕುತೂಹಲಕಾರಿ ವಿಷಯ. ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ವಸ್ತುಗಳ ಮತ್ತು ಜೀವಿಗಳ ವಿತರಣೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವೆ ಇರಬಹುದಾದ ಬಲ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳ ವಿನ್ಯಾಸ ತೀರ ಜಟಿಲವಾದಂತಹವು. ಆದರೆ ನಮ್ಮ ಪೃಥ್ವಿಯ ಮೇಲೆ ಅನ್ವಯಿಸುವ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರ ನಿಯಮಗಳೇ ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲೆಡೆ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಗ್ರಹಿಸಿ, 'ವಿಶ್ವ–ಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ತತ್ವ' cosmological principle) ವೊಂದನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ವಿಶ್ವದ ರಚನೆ, ಗಾತ್ರ ಮುಂತಾದವುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಳಬಹುದು. ಈ ವಿಶ್ವ ಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ತತ್ವವನ್ನು ಹೀಗೆ ವಿವರಿಸಬಹುದು: ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳ ವಿತರಣೆ ಎಲ್ಲ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲೂ ಸಮನಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆ, ಮತ್ತು ನಾವಿರುವ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಯಿಂದ ನಾವು ಬೇರಾವುದೇ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಯೆಡೆಗೆ ವೀಕ್ಷಿಸಿದರೆ ಕಂಡು ಬರುವ ಅವಕಾಶ ಲಕ್ಷಣ ಬೇರಾವುದೇ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಯ ವೀಕ್ಷಕನಿಗೂ ಕಂಡು ಬರುವುದು.

ವಿಶ್ವದ ವಾಸ್ತವ ರಚನೆ ತೀರ ಜಟಿಲವಾದುದರಿಂದ ಅದನ್ನು ಇದ್ದಕ್ಕಿದ್ದಂತೆಯೇ ತಿಳಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸದೆ ಕೆಲವೊಂದು ಗ್ರಹಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಆದರ್ಶ ವಿಶ್ವವೊಂದನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸುತ್ತೇವೆ. ಯಾವುದೊಂದು ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳ ವಿತರಣೆಯಲ್ಲಿ ಇರಬಹುದಾದ ಹೆಚ್ಚು ಕಡಿಮೆಗಳು ಇರುವುದಿಲ್ಲ

ಎಂದು ಭಾವಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ; ಅಲ್ಲದೆ, ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿ ಮತ್ತು ಇನ್ನಿತರ ವಸ್ತುಗಳ ಪದಾರ್ಥ ವಿಶ್ವದ ಇಡೀ ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿ ಏಕರೂಪತೆಯಿಂದ ಹರಡಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ನಾವು ಗ್ರಹಿಸಿದ ಆದರ್ಶ ವಿಶ್ವ, ವಾಸ್ತವ ವಿಶ್ವದ ಒಂದು ಸ್ಥೂಲ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕೊಡಬಲ್ಲುದು. ಇಂಥ ಆದರ್ಶ ವಿಶ್ವದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗೆ 'ವಿಶ್ವ–ಮಾದರಿ' (World model) ಎಂದು ಹೆಸರು.

ವಿಶ್ವ–ಮಾದರಿಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲ ಪ್ರಪ್ರಥಮವಾದುದು 'ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ ವಿಶ್ವ-ಮಾದರಿ' ಎನ್ನುವುದು. ವ್ಯಾಪಕ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದವನ್ನು ಆಧರಿಸಿದ ಈ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನು 1917 ರಲ್ಲಿ ವರ್ಣಿಸಿದನು. ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ವಿಶ್ವ–ಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ತತ್ವಕ್ಕನುಗುಣವಾಗಿ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನು ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿ ಪದಾರ್ಥದ ಏಕರೂಪ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಿದನು ಮತ್ತು ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿಯ ವಸ್ತುಗಳ ವೇಗಗಳು ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗಕ್ಕೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ ಉಪೇಕ್ಷಣೀಯವಾದಂತಹವು ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದನು. ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನು ತನ್ನ ಮೂಲ ಗುರುತ್ವ ಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ವಿಶ್ವಶಾಸ್ತ್ರ ಸ್ಥಿರಾಂಕ (cosmological constant) Λ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೇರಿಸಿದನು. ಈ ಸ್ಥಿರಾಂಕವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದುದು ಅವಕಾಶ–ಕಾಲ ಅಥವಾ ನಮ್ಮ ವಿಶ್ವ ಸಾಂತವಿರುತ್ತದೆ, ಆದರೆ ಮಿತಿ ಇಲ್ಲದುದು (unbounded) ಎಂಬುದನ್ನು ಖಚಿತಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ. ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ಈ ವಿಶ್ವಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ಅವಕಾಶ–ಕಾಲದ ವಕ್ರತೆ ಧನವಿರುತ್ತದೆ. ಈ ತರಹದ ಅವಕಾಶ ಕಾಲವನ್ನು ಒಂದು ತ್ರಿ–ಆಯಾಮೀಯ ಕಾಯದ ದ್ವಿ–ಆಯಾಮೀಯ ತಲದ ಉದಾಹರಣೆಯಿಂದ ತಿಳಿಯಬಹುದು. ನಮ್ಮ ಪೃಥ್ವಿ ಗೋಲಾಕಾರದ್ದಿದೆ, ಅದರ ತಲದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಸಾಂತವಿರುತ್ತದೆ, ಆದರೆ ಅದಕ್ಕೆ ಯಾವ ದಿಶೆಯಲ್ಲೂ ಮಿತಿಗಳಿಲ್ಲ. ಅಂದರೆ ಯಾವನೊಬ್ಬ ವೀಕ್ಷಕನು ಪೃಥ್ವಿಯ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಹೊರಟು ಇಡೀ ಗೋಲವನ್ನು ಸುತ್ತುವರಿದು ಪುನಃ ಮೊದಲಿನ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಬರಬಲ್ಲನು. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ವಿಶ್ವವೂ ಸಾಂತ, ಆದರೆ ಅದಕ್ಕೆ ಮೇರೆಗಳು ಇಲ್ಲ.

ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ ವಿಶ್ವ–ಮಾದರಿಗೆ ಸಮತೋಲ ಸ್ಥಿತಿಯ ಲಕ್ಷಣಗಳಿರುತ್ತವೆ. ನಾವು ಈ ಮುಂದೆ ವಿವರಿಸುವ ವಿಸ್ತರಿಸುವ ವಿಶ್ವದ ಲಕ್ಷಣಗಳು ಅವರಲ್ಲಿಲ್ಲ–

ಇಲ್ಲಿ ನೆಬ್ಯೂಲಿಗಳ ಓಟವಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಯಾವ ವಸ್ತುಗಳ ವೇಗಗಳೂ ತೀರ ಕಡಿಮೆ ಮೌಲ್ಯದವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ ವಿಶ್ವ-ಮಾದರಿಯ ನಂತರ ದ ಸಿತರ್‌ನ ಮಾದರಿ ಮಂಡಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿತು. ಇದರಲ್ಲಿ ವಿಶ್ವ-ಶಾಸ್ತ್ರ ಸ್ಥಿರಾಂಕ Λ ಧನ ಚಿಹ್ನೆಯದಿರುತ್ತದೆ, ಆದರೆ, ಅವಕಾಶ-ಕಾಲದ ವಕ್ರತೆ ಋಣವಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಮಾದರಿ 'ಬರಿದಾದ' ವಿಶ್ವವನ್ನೇ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, ಇದರಲ್ಲಿ ವಿಶ್ವದ ಪದಾರ್ಥ ಸಾಂದ್ರತೆ ತೀರ ಕಡಿಮೆ, ಆದರೆ ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ಮಾದರಿಗೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿ, ಕಾಯುಗಳ ವೇಗಗಳು ಉಪೇಕ್ಷಣೀಯವಿರುವದಿಲ್ಲ. ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಿರುವ ವಿಶ್ವದ ಸೂಚನೆ ಈ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿದೆ. ಆದರೆ ಆ ವಿಸ್ತರಣೆ ನಾವು ಇನ್ನು ಮುಂದೆ ಹೇಳಲಿರುವ ಡಾಪ್ಲರ್ ಪರಿಣಾಮದಿಂದ ತಿಳಿದು ಬರುವ ವಿಶ್ವ-ವಿಸ್ತರಣೆ ಅಲ್ಲ. ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ ಮತ್ತು ದ ಸಿತರ್ ವಿಶ್ವಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಎಡಿಂಗ್ಟನ್ನನು ಬಹಳ ಮಾರ್ಮಿಕವಾಗಿ ಹೋಲಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಅವನ ಅಭಿಪ್ರಾಯದಂತೆ "ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ಪದಾರ್ಥವಿದೆ, ಆದರೆ ಚಲನೆ ಇಲ್ಲ; ದ ಸಿತರ್‌ನ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ಚಲನೆ ಇದೆ, ಆದರೆ ಪದಾರ್ಥವಿಲ್ಲ" (Einstein's model contains matter, but no motion; the de Sitter Universe contains motion and no matter").

ವಿಶ್ವ-ಶಾಸ್ತ್ರ ಸ್ಥಿರಾಂಕ Λ ಕ್ಕೆ ದ ಸಿತರ್‌ನ ನಂತರದ ವಿಶ್ವ-ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರು ಅಷ್ಟೊಂದು ಮಹತ್ವವನ್ನು ಕೊಡಲಿಲ್ಲ. ಆದಾಗ್ಯೂ ಈ ಸ್ಥಿರಾಂಕವನ್ನು ಗುರುತ್ವ ಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ಉಳಿಸಿಕೊಂಡು ಹೋಗುವುದು ಒಳ್ಳೆಯದು. ಏಕೆಂದರೆ, ಇಂಥ ವಿಷಯುಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಅಧಿಕಾರ ವಾಣಿಯಿಂದ ಮಾತನಾಡ ಬಲ್ಲ ಎಚ್. ಪಿ. ರಾಬರ್ಟ್ಸನ್ ಅವರ ಪ್ರಕಾರ, Λವನ್ನು ಸದ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಿ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವಿಶ್ವಮಾದರಿಗೇನೇ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡದೆ, ಹಲವಾರು ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸುವುದು ಸಾಧುವಾದುದು. ಇಂಥ ಮಾದರಿಗಳ ಒಂದು ವ್ಯಾಪ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಅಭ್ಯಸಿಸುವುದು ಒಳ್ಳೆಯದು.

ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ವಿಶ್ವ-ಶಾಸ್ತ್ರ ಸ್ಥಿರಾಂಕದ ಅರ್ಥವನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. 'ಆದರ್ಶ' ವಿಶ್ವದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಭಾಗಗಳ

ನಡುವೆ ವಿಕರ್ಷಣೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಈಗ ನಾವು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ ವಿಶ್ವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿದರೆ, ಅದರಲ್ಲಿ ಈ ವಿಕರ್ಷಣೆ ಮತ್ತು ಗುರುತ್ವ ಆಕರ್ಷಣೆ ಇವೆರಡರ ನಡುವೆ ಸಮತೋಲವಿದ್ದು. 'ಸ್ಥಿರ' ವಿಶ್ವ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ. ಇದು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ನನ ವಿಚಾರ. ಆದರೆ, ಕೆಲವಷ್ಟು ಪದಾರ್ಥದ ಅಸಮ ವಿತರಣೆಯಿಂದಾಗಿ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ವಿಕರ್ಷಣೆ ಗುರುತ್ವ ಆಕರ್ಷಣೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ, ವಿಶ್ವದ ವಿಸ್ತರಣೆ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಎಡಿಂಗ್ಟನ್ನನು ತೋರಿಸಿದ್ದಾನೆ. ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ವಿಶ್ವವು ಹಲವಾರು ವಿಶ್ವ–ಮಾದರಿಗಳ ಮೂಲಕ ವಿಕಾಸ ಹೊಂದುತ್ತ ಹೋಗಿ ಕೊನೆಗೆ, ಅಂದರೆ, ಯಾವ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳೂ ನಮಗೆ ಕಾಣದಷ್ಟು ದೂರ ಹೋಗುವ ಕಾಲಕ್ಕೆ, ವಿಶ್ವವು ದ ಸಿತರ್ ವಿಶ್ವವಾಗುವುದು. ಇಂಥ ಹಲವಾರು ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ವಿಮರ್ಶಿಸುತ್ತೇವೆ.

ವ್ಯಾಪಕ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಪ್ರಕಾರ ಅವಕಾಶದ ಜ್ಯಾಮಿತಿ, ರಚನೆ ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿರದೆ. ಅದರಲ್ಲಿರುವ ದ್ರವ್ಯದ ಸ್ಥಿತಿಯಿಂದ ನಿರ್ಧರಿತವಾಗುತ್ತವೆ. ಆದುದರಿಂದ, ದ್ರವ್ಯದ ಸ್ಥಿತಿ, ಅದರ ವಿತರಣೆ ಮುಂತಾದವುಗಳು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದ್ದರೆ ಸಮಗ್ರ ಅವಕಾಶದ ಬಗ್ಗೆ ಮತ್ತು ವಿಶ್ವದ ಬಗ್ಗೆ ನಮಗೆ ಜ್ಞಾನವಾಗುವುದು ಸಾಧ್ಯ.

ದ್ರವ್ಯದ ಸ್ಥಿತಿಗತಿಯ ಬಗ್ಗೆ ಈಗ ನಿಶ್ಚಿತವಾಗಿ ತಿಳಿದ ಮಹತ್ವದ ವಿಷಯವೆಂದರೆ ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿಯ ಎಲ್ಲ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳೂ, ನಕ್ಷತ್ರಗಳೂ ಒಂದರಿಂದಿನ್ನೊಂದು ದೂರ ದೂರ ಓಡುತ್ತಿರುತ್ತವೆ. ಇದು ಪ್ರಯೋಗಗಳಿಂದ ಕಂಡು ಬಂದಿದೆ. ನಾವಿರುವ ಆಕಾಶ ಗಂಗೆ (Milky way) ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿ ಕೂಡ ಓಡುತ್ತಿದೆ. ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿ ನಮ್ಮಿಂದ ದೂರವಿದ್ದಷ್ಟೂ ಅದರ ಓಡುವ ವೇಗ ಹೆಚ್ಚು ಇರುತ್ತದೆ. ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಯ ದೂರ R ಇದ್ದರೆ, ಅದರ ವೇಗ v ಯನ್ನು $v = HR$ ಎಂಬ ಹಬ್ಲನ ಸಮೀಕರಣದಿಂದ ಸೂಚಿಸಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ H ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ. ಹಾಗಾದರೆ, ಎಲ್ಲ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳೂ ಒಂದರಿಂದಿನ್ನೊಂದನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ದೂರ ದೂರ ಓಡುತ್ತಿದ್ದರೆ ವಿಶ್ವದ ರೂಪ, ಆಕಾರ ಸ್ಥಿರವಿರುವದಿಲ್ಲವೆಂದಂತಾಯಿತು. ವಿಶ್ವ ಸದಾ ಕಾಲ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಲೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನೇ ವಿಶ್ವದ ವಿಸ್ತರಣೆಯೆನ್ನುತ್ತೇವೆ.

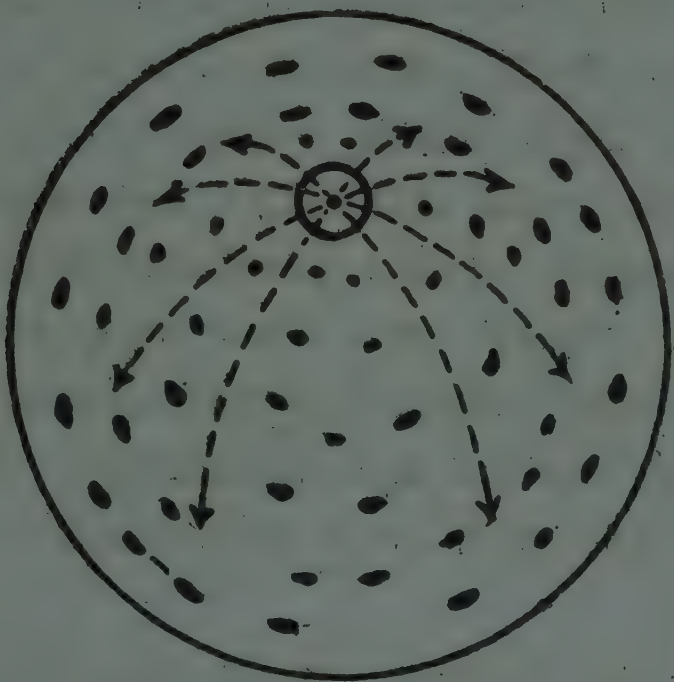
ವಿಶ್ವವು ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಲೇ ಇದ್ದರೆ, ಅದು ಹೇಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತದೆ, ಯಾವ ದರದಿಂದ, ಯಾವ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಂದು ಮುಂತಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿ ಉದ್ಭವಿಸುತ್ತವೆ. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು ಹಲವಾರು ವಿಶ್ವ-ವಿಸ್ತರಣಾ ವಾದಗಳಿವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಮುಖ್ಯವಾದ ಕೆಲವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಅಭ್ಯಸಿಸಲು ಇಚ್ಛಿಸುತ್ತೇವೆ.

ನಮ್ಮ ಆಕಾಶ ಗಂಗೆಯಂತಹ ಅಸಂಖ್ಯಾತ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳು ನಮ್ಮ ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿವೆ. ಒಂದು ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಯಲ್ಲಿಯ ಎರಡು ನಕ್ಷತ್ರಗಳ ನಡುವಿನ ಸರಾಸರಿ ದೂರ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹಲವಾರು ಜ್ಯೋತಿರ್ವರ್ಷಗಳು. ಎರಡು ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳ ನಡುವಣ ಅಂತರ ಸಹಸ್ರ ಜ್ಯೋತಿರ್ವರ್ಷಗಳು. ಇದೂ ಅಲ್ಲದೆ, ಈ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳು ಎಲ್ಲ ದಿಶೆಗಳಲ್ಲೂ ಓಡುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ ನಮ್ಮ ವಿಶ್ವದ ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಅಗಾಧವಾದುದು, ಅನಂತವಾದುದು ಎಂದು ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತದೆ.

ಇಂಥ ಅನಂತ ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿ ಈ ಎಲ್ಲ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳು (ಅವುಗಳನ್ನು ಲೋಕಗಳೆಂದೇ ಕರೆಯಬಹುದು) ಆವಕಾಶದಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಹಬ್ಬಿರುತ್ತವೆ ? ಒಬ್ಬ ವೀಕ್ಷಕನು ವಿಶ್ವದ ಯಾವುದೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿದ್ದು ಎಲ್ಲಿಯೇ ನಿಂತು ನೋಡಿದರೂ ಅವನಿಗೆ ಕಾಣುವುದು (ದೂರದರ್ಶಕಗಳ ಮೂಲಕ) ಒಂದೇ ತರಹದ ನಕ್ಷತ್ರ ವ್ಯೂಹ. ಅವನು ತನ್ನ ದೂರದರ್ಶಕವನ್ನು ಯಾವುದೇ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ತಿರುಗಿಸಿದರೂ ಅವನಿಗೆ ಗೋಚರಿಸುವುದು ನಕ್ಷತ್ರಗಳ ಸಮರೂಪೀ ವಿತರಣೆ. ಯಾವುದೇ ವಿಶ್ವವಾದ ಈ ಸಂಗತಿಯನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಿಸಬಲ್ಲುದಾಗಿರಬೇಕು, ಅಂದರೇನೇ ಅದು ಯಶಸ್ವಿ ವಾದ.

ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂತೆ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳು ಓಡುತ್ತಿರುತ್ತವೆ. ಎಷ್ಟು ವೇಗದಿಂದ ? ಕೆಲವೊಂದು ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳು ಈಗಾಗಲೇ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗದ ½ ದಷ್ಟು ಅಗಾಧ ವೇಗದಿಂದ ಓಡುತ್ತಿರುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿ ಕ್ಷಣ ಅವು ದೂರ ದೂರ ಹೋಗುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ವೇಗ ಮತ್ತೂ ಹೆಚ್ಚುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳ ವೇಗ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗವನ್ನು ತಲುಪುವುದು ಅಸಾಧ್ಯದ ಮಾತೇನಲ್ಲ. ಆ ವೇಗವನ್ನು ಮೀರಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯವೇ ? ಇದು ಬೇರೆ ಪ್ರಶ್ನೆ. ಇದನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಉತ್ತರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸದೆ, ಇಂಥ ಅಗಾಧ ವೇಗದಿಂದ ಓಡುತ್ತಿರುವ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ವಿಶ್ವದ ರಚನೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಮಾತ್ರ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳು ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವ ವೇಗದಿಂದಲೇ ವಿಶ್ವಕೂಡ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತದೆಯೋ ಹೇಗೆ? ಇಲ್ಲ. ವಿಶ್ವದ ವಿಸ್ತರಣೆ ಎಂದರೆ, ವಿಶ್ವದ ಸಮಗ್ರ ಅವಕಾಶ ವಿಸ್ತರಿಸುವುದು. ಆ ವಿಶ್ವದ ವಿಸ್ತರಣವನ್ನು ಅತಿ ಸರಳವಾಗಿ ಈ ಕೆಳಗೆ ಹೇಳಿದಂತೆ ನಿರೂಪಿಸಬಹುದು. ಒಂದು ಗೋಲಾಕಾರದ ಬಲೂನಿನ ಮೇಲೆ ಚಿಕ್ಕ ಚಿಕ್ಕ ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಗುರುತು ಮಾಡಿ ಬಲೂನನ್ನು ಉಬ್ಬಿಸಿದರೆ, ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಚುಕ್ಕೆ ಇನ್ನೊಂದು ಚುಕ್ಕೆಯಿಂದ ದೂರ ದೂರ ಸರಿಯುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 5 ನೋಡಿರಿ). ಬಲೂನಿನ ಮೇಲ್ಮೈ ನಮ್ಮ ವಿಶ್ವವೆಂದೂ ಚುಕ್ಕೆ



ಚಿತ್ರ 5

ಗಳು ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳೆಂದೂ ತಿಳಿದರೆ ಉಬ್ಬುತ್ತಿರುವ ಬಲೂನು ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಿರುವ ವಿಶ್ವದ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಮಾಡಿ ಕೊಡುತ್ತದೆ. ಮೂರು ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ತ್ರಿಕೋಣವೊಂದನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿದರೆ, ಬಲೂನು ಉಬ್ಬಿದಾಗ ಆ ತ್ರಿಕೋಣ ಪ್ರಸರಣ ಹೊಂದುತ್ತದೆ. ಒಂದೇ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಯಲ್ಲಿಯ ನಕ್ಷತ್ರಗಳ ನಡುವಣ ಅಂತರ ಅಷ್ಟೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ನಮ್ಮ ಆಕಾಶ ಗಂಗೆಯಲ್ಲಿಯ ನಕ್ಷತ್ರಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರಕ್ಕೂ, ಬೇರೊಂದು ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಯಲ್ಲಿಯ ನಕ್ಷತ್ರಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರಕ್ಕೂ ಇರುವ ಅನುಪಾತ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ (ಈ ದೃಷ್ಟಾಂತದಲ್ಲಿ ಬಲೂನಿನ

ಮೇಲ್ಮೈ ಎರಡು ಆಯಾಮಗಳುಳ್ಳದ್ದು; ಆದರೆ, ವಾಸ್ತವಿಕವಾಗಿ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಿರುವ ವಿಶ್ವ ಮೂರು ಆಯಾಮಗಳುಳ್ಳದ್ದು. ಇದನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸುವುದು ಕಷ್ಟ).

ವಿಶ್ವವು ಸದಾಕಾಲ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಲೇ ಇದ್ದರೆ, ಕೋಟಿ ವರುಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಅಥವಾ ಇನ್ನೂ ಮುಂಚೆ ವಿಶ್ವದ ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಈಗಿರುವ ವ್ಯಾಪ್ತಿಗಿಂತ ಬಹಳ ಕಡಿಮೆ ಇರಬೇಕಷ್ಟೆ? ಹೀಗೆ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಹಿಂದೆ ಸರಿದಂತೆ ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತ ಹೋಗಿ ಕೊನೆಗೆ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿಗೆ ತಲುಪುತ್ತೇವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ವಿಶ್ವವು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿತು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಅಂದಿನಿಂದ ಇಂದಿನ ವರೆಗೆ ಗತಿಸಿದ ಕಾಲವೇ ವಿಶ್ವದ ಸದ್ಯದ ವಯಸ್ಸು. ಈಗ ಇರುವ ವಿಸ್ತರಣಾ ವೇಗವೇ ಗತ ಕಾಲದಲ್ಲಿಯೂ ಇದ್ದಿತು ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಿದರೆ, ವಿಶ್ವದ ವಯಸ್ಸು ಅಂದಾಜು 10-12 ಸಾವಿರ ಕೋಟಿ ವರುಷಗಳಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಬೇರೆ ಕೆಲವು ಸ್ವತಂತ್ರ ಆಧಾರಗಳಿಂದ ನಮ್ಮ ಆಕಾಶ ಗಂಗೆಯ ವಯಸ್ಸು 15 ಸಾವಿರ ಕೋಟಿ ವರ್ಷಗಳೆಂದು ಕಂಡುಬಂದಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ನಮ್ಮ 'ಲೋಕ' ಅದು ಇರುವ ವಿಶ್ವಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹಿರಿಯದೆ? ಇದು ಅಶಾಧ್ಯ. ಆದರೆ, ಖಗೋಲ ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ 12 ಸಾವಿರ ಕೋಟಿ ಮತ್ತು 15 ಸಾವಿರ ಕೋಟಿ ಇವುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಗಮನಾರ್ಹವಲ್ಲ. ಕಾರಣ, ಕೇವಲ ಈ ಆಧಾರದಿಂದ ನಮ್ಮ ಲೋಕ ವಿಶ್ವಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹಿರಿಯದು ಎಂದು ಹೇಳಲು ಬಾರದು.

ಈಗ, ವ್ಯಾಪಕ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದ ಕ್ಷೇತ್ರ-ಸಮೀಕರಣಗಳ ಪರಿಹಾರದಿಂದ ಈ ಮುಂದಿನಂತೆ ಹೇಳಬಹುದು. ವಿಶ್ವವು ತನ್ನ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಬದಲು ಮಾಡುವ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ; ಯಾವಾಗಲೂ ವಿಶ್ವವು ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಲೇ ಇದೆ ಎಂದೇನಲ್ಲ. ಕೆಲವೊಂದು ಸಲ ಅದು ಆಕುಂಚನ ಹೊಂದುತ್ತಲೂ ಇರಬಹುದು. ಯಾವುದೊಂದು ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಯಲ್ಲಿಯ ನಕ್ಷತ್ರಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಅವುಗಳ ನಡುವೆ ಗುರುತ್ವ ಬಲ ಪ್ರವರ್ತಿಸಿ ಅವು ಒಂದರ ಹತ್ತಿರ ಇನ್ನೊಂದು ಬರುವಂತಾಗುತ್ತದೆ. ವಿಶ್ವವಿಡೀ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಿರಬಹುದು ಅಥವಾ ಆಕುಂಚನ ಹೊಂದುತ್ತಿರಬಹುದು; ಆದರೆ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಯ ಆಂತರಿಕ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಇದರ ಪರಿಣಾಮ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ, ಅಲ್ಲಿ ಗುರುತ್ವ ಬಲವೇ ಹೆಚ್ಚು ಪ್ರಧಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಬಹಳ ಹೆಚ್ಚಿನ ದೂರಗಳನ್ನು

ವಿವೇಚಿಸುವಾಗ ಅಂದರೆ, ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳೆರಡರ ನಡುವಿನ ಅಂತರಗಳನ್ನೂ ವಿವೇಚಿಸುವಾಗ, ವಿಶ್ವದ ವಿಸ್ತರಣೆ ಅಥವಾ ಆಕುಂಚನ ಹೆಚ್ಚು ಪ್ರಧಾನ ವಿರುತ್ತದೆ.

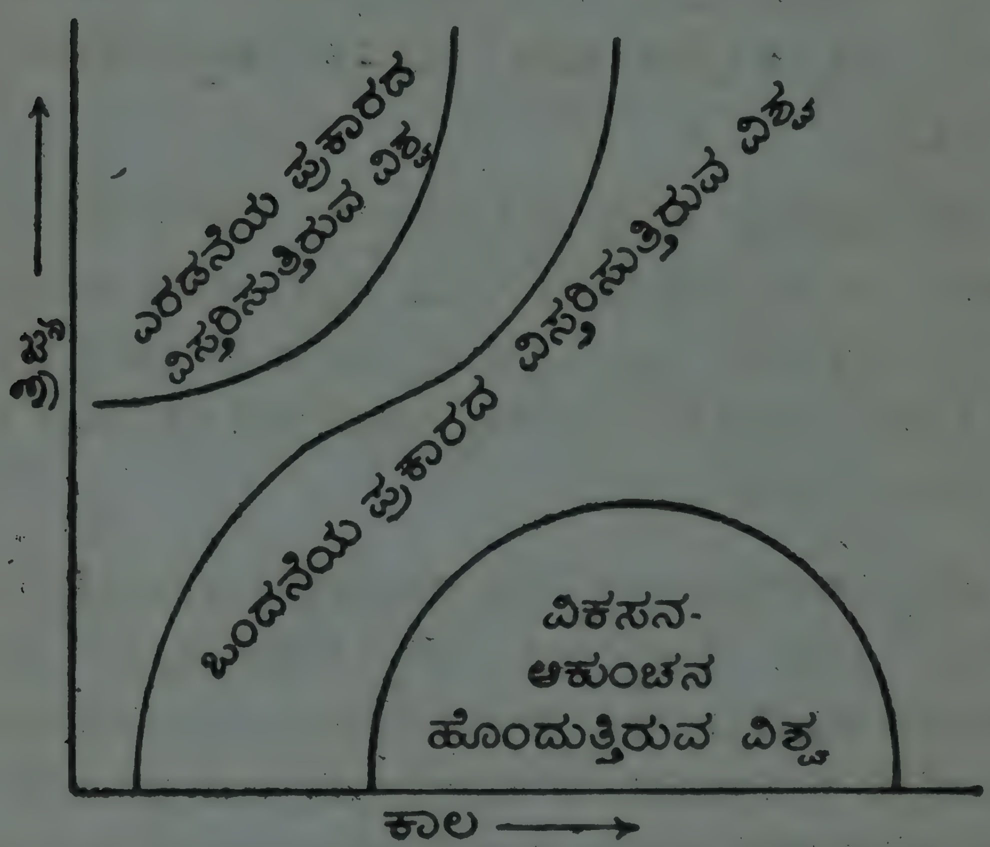
ಹಾಗಾದರೆ, ವಿಶ್ವವೂ ಯಾವಾಗಲೂ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಲೇ ಇರಲಿಕ್ಕಿಲ್ಲ. ಕಾಲದಲ್ಲಿ ನಾವು ಹಿಂದೆ ಸರಿದಂತೆ ನಾವು ಒಂದು ಬಿಂದುರೂಪೀ ವಿಶ್ವವನ್ನು ತಲುಪದೇ ಇರಬಹುದು. ಕೊನೆಯ ಪಕ್ಷ, ವಿಸ್ತರಣಾ ವೇಗ ಈಗಿರುವಷ್ಟೇ ಇರಲಿಕ್ಕಿಲ್ಲ. ಈಗಿರುವ ವೇಗಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕವಿದ್ದರೆ, ವಿಶ್ವದ ವಯಸ್ಸು ಕೇವಲ 7–8 ಸಾವಿರ ಕೋಟಿ ವರ್ಷಗಳಾಗುತ್ತದೆ. ಈಗ ಮಾತ್ರ ನಮ್ಮ 'ಲೋಕದ' ವಯಸ್ಸು ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ ವಿಶ್ವದ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತಲೂ ಅಧಿಕವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದಲ್ಲಿ ವಿಶ್ವ–ವಿಸ್ತರಣಾ ವಾದ ಎಲ್ಲಿಯೋ ತಪ್ಪಿರಬೇಕೆಂದು ಹೇಳ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಲೆಮೇತ್ರರಂತಹ ಕೆಲವು ಖಗೋಲಜ್ಞರು ಗತಕಾಲದಲ್ಲಿ ವಿಶ್ವ–ವಿಸ್ತರಣಾ ವೇಗ ಈಗಿರುವುದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದಿತು ಎಂದು ನಂಬುತ್ತಾರೆ. ಹೀಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ನಮ್ಮ ವಿಶ್ವದ ವಯಸ್ಸು 15 ಸಾವಿರ ಕೋಟಿ ವರ್ಷಗಳಿಗಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚು ಆಗುತ್ತದೆ. ಆಗ ನಮ್ಮ ಆಕಾಶ ಗಂಗೆ 15 ಸಾವಿರ ಕೋಟಿ ವರ್ಷದ್ದಿದ್ದರೆ ಸರಿ ಹೋಗುತ್ತದೆ.

ನಮ್ಮ ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿಯ ಒಟ್ಟು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ವಿಶ್ವದ ಅವಕಾಶಕ್ಕೆ ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ ತೀರ ಕಡಿಮೆ ಮತ್ತು ಅದು ಎಲ್ಲೆಡೆ ಸಮರೂಪಿಯಾಗಿ ಹರಡಿಲ್ಲ. ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲ ದ್ರವ್ಯವನ್ನೂ ಪ್ರೋಟಾನುಗಳನ್ನಾಗಿ ಪರಿವರ್ತನಗೊಳಿಸಿ, ಅವೆಲ್ಲ ಎಲ್ಲೆಡೆ ಸಮರೂಪಿಯಾಗಿ ಹರಡಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದರೆ, ಆಗ ಪ್ರತಿ ಘನ ಅಡಿ ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿ ಕೇವಲ 3-4 ಪ್ರೋಟಾನುಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರಲಾರವು. ಈ ಸಾಂದ್ರತೆ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ – ಇಂಥ ಅವಕಾಶ ನಮ್ಮ ಪ್ರಯೋಗಾಲಯಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದಕ್ಷ ಪಂಪುಗಳಿಂದ ಸಾಧಿಸಲಾಗುವ ಕನಿಷ್ಠತಮ ಒತ್ತಡಗಳಿಗಿಂತ 1 ಲಕ್ಷ ಕೋಟಿ ಕಡಿಮೆ ಒತ್ತಡದ್ದಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಮ್ಮ ವಿಶ್ವದ ಅವಕಾಶದ ಸರಾಸರಿ ಸಾಂದ್ರತೆ ಶೂನ್ಯಗಾಮಿ ಎಂದು ಹೇಳಲು ಅಡ್ಡಿ ಇಲ್ಲ. ಬೇರೆ ಶಬ್ದಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ನಮ್ಮ ವಿಶ್ವ ಬರಿದಾದ ಅವಕಾಶ!

ವಿಶ್ವ–ವಾದಗಳ ಪೈಕಿ ಒಂದು ವಾದ ಈ ಬರಿದಾದ ವಿಶ್ವವನ್ನೇ ತಳಹದಿಯಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡಿದೆ. ಈ ವಾದ ಕೂಡ ವಿಶ್ವ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಿರುವುದನ್ನೇ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಇಲ್ಲಿ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಿರುವುದು ಏನು ಎಂದು ಕೇಳಿದರೆ ಉತ್ತರ ದೊರೆಯದು.

ಇದರ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿ 'ಸ್ಥಿರ-ಸ್ಥಿತಿ' (Steady State) ವಿಶ್ವವಾದವೊಂದಿದೆ. ಇದರ ಪ್ರಕಾರ, ವಿಶ್ವವು ಬರಿದಾಗಿರದೆ, ಸಾಂದ್ರತೆಯುಳ್ಳದ್ದಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಈ ವಾದದಲ್ಲಿ, ವಿಶ್ವ ವಿಸ್ತರಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಗ್ರಹಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ,



ಚಿತ್ರ 6

ಏಕೆಂದರೆ ವಿಶ್ವ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತ ಹೋದರೆ ಅವಕಾಶದ ಸಾಂದ್ರತೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿಯ ಒಟ್ಟು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಅವಕಾಶದ ಸಾಂದ್ರತೆ ಸ್ಥಿರ ಉಳಿದದ್ದು ಪ್ರಯೋಗಗಳಿಂದ ಕಂಡು ಬಂದಿದೆ. ಇದೂ ಅಲ್ಲದೆ, ನಕ್ಷತ್ರಗಳಿಂದ ಬರುವ ಪ್ರಕಾಶ

ಡಾಪ್ಲರ್–ರಕ್ತ ಪಲ್ಲಟನ ಹೊಂದುವುದು ಕಂಡು ಬಂದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಿಜ ವಾಗಿಯೂ ವಿಶ್ವ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಲೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಈ ವಾದದಲ್ಲಿ, ವಿಶ್ವ ಬರಿದಾದ, ಶೂನ್ಯ ವಿಶ್ವವಿರಬಹುದೆ ? ಅದು ಕೂಡ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ, ದ್ರವ್ಯವನ್ನು ನಾವು ಪ್ರತ್ಯಕ್ಷ ಕಾಣುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಎರಡೂ ವಾದಗಳು ಸರಿ ಅಲ್ಲವೆಂದು ತೋರುತ್ತದೆ. ಆದುವರಿಂದ ನಮ್ಮ ವಿಶ್ವ ಅಸ್ಥಿರ ಮತ್ತು ದ್ರವ್ಯ ಸಹಿತವಾದುದು.

128ನೆಯ ಪುಟದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಚಿತ್ರ 6 ರಲ್ಲಿ ಮೂರು ತರಹದ ಅಸ್ಥಿರ ವಿಶ್ವಗಳಿರುತ್ತವೆ: (1) ಎರಡು ಪ್ರಕಾರದ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಿರುವ ವಿಶ್ವಗಳು, ಮತ್ತು (2) ಒಂದು ವಿಕಸನ–ಆಕುಂಚನ ಹೊಂದುವ ವಿಶ್ವ.

ಒಂದನೆಯ ಪ್ರಕಾರದ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಿರುವ ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೋ ಒಂದು ಕಾಲದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯ R, ಶೂನ್ಯದಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗಿ, ವಿಶ್ವವು ಸತತ ವಾಗಿ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಲೇ ಹೋಗುವುದು. ಕಾಲ ಹೆಚ್ಚುತ್ತ ಹೋಗಿ ಅನಂತ ಗಾಮಿಯಾದಾಗ, R ಕೂಡ ಅನಂತಗಾಮಿಯಾಗುವುದು. ಎರಡನೆಯ ತರಹದ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಿರುವ ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿ, ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿಯೇ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ತ್ರಿಜ್ಯವಿದ್ದು, ಅದು ಹೆಚ್ಚುತ್ತ ಹೋಗಿ, ಅನಂತ ಕಾಲದನಂತರ ಅನಂತಗಾಮಿ ಯಾಗುವುದು.

ವಿಕಸನ–ಆಕುಂಚನ ಹೊಂದುತ್ತಿರುವ ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿ R. ಶೂನ್ಯದಿಂದ ಹೆಚ್ಚುತ್ತ ಹೋಗಿ ಒಂದು ಗರಿಷ್ಠ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ತಲುಪುತ್ತದೆ; ಅಲ್ಲಿಂದ ಪುನಃ ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಇಳಿಯುತ್ತದೆ. ಈ ವಾದದ ಪ್ರಕಾರ, ಇಂಥ ವಿಕಸನ–ಆಕುಂಚನಗಳೆಷ್ಟೋ ಸಂಭವಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯ.

ಈ ವಿಸ್ತರಣಾ ವಾದಗಳೆಲ್ಲ ಒಂದು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಎದುರಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಅದೇಂದರೆ, ಈ ಮೊದಲೇ ಹೇಳಿದಂತೆ, ವಿಶ್ವ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತ ಹೋದಂತೆಲ್ಲ ಅವಕಾಶದ ಸಾಂದ್ರತೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗಬೇಕು. ಆದರೆ ಇದು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಫಲಿತಗಳಿಗೆ ವ್ಯತಿರಿಕ್ತವಾಗಿದೆ; ಏಕೆಂದರೆ, ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿ ಸಾಂದ್ರತೆ ಯಾವಾಗಲೂ ಸ್ಥಿರ ಉಳಿದದ್ದು ಕಂಡು ಬಂದಿದೆ. ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಹಾಯ್ಲ್ ನಾರಳೀಕರ್

ಅವರು ತಮ್ಮ 'ಅವಿರತ ಸೃಜನಾ' (Continuous creation) ವಾದದಲ್ಲಿ ಸಾಂದ್ರತೆಯನ್ನು ಉಳಿಸಿಕೊಂಡು ಹೋಗಲು ಹೊಸ ದ್ರವ್ಯದ ಸೃಷ್ಟಿಯಾಗುವುದನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸುತ್ತಾರೆ. ಅವರ ಪ್ರಕಾರ, ಪ್ರತಿ ಕೋಟಿ ಘನ ಅಡಿ ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಶತ ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಒಂದು ಪ್ರೋಟಾನ್ ನಿರ್ಮಿತವಾದರೂ ಸಾಕು! ಇದು ತೋರಿಕೆಗೆ ಅತ್ಯಲ್ಪವಾಗಿ ಕಂಡರೂ, ಇಡೀ ವಿಶ್ವದ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯಲ್ಲೆಲ್ಲ ಈ ನಿರ್ಮಾಣ ನಡೆಯುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿಟ್ಟಾಗ ಒಟ್ಟು ದ್ರವ್ಯದ ನಿರ್ಮಾಣದ ಪ್ರಮಾಣ ಎಷ್ಟು ಅಗಾಧವಾದುದು ಎಂದು ಗೊತ್ತಾಗುವುದು. ವಿಶ್ವವು ಏಕೆ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದಕ್ಕೂ ಇಲ್ಲಿ ಉತ್ತರ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಈ ಹೊಸ ನಿರ್ಮಾಣವೇ ವಿಶ್ವವನ್ನು ಹಿಗ್ಗಿಸುತ್ತದೆ. ನಿರ್ಮಾಣಗೊಂಡ ದ್ರವ್ಯವು ಹೊರಮುಖ ಒತ್ತಡವನ್ನುಂಟು ಮಾಡಿ ವಿಸ್ತರಣೆಗೆ ಕಾರಣವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ತರಹದ ವಾದದಲ್ಲಿ ದ್ರವ್ಯ ಅನವರತ ನಿರ್ಮಾಣವಾಗಬೇಕಾದರೆ ಈ ದ್ರವ್ಯ ಎಲ್ಲಿಂದ ಪೂರೈಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂಬ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಪ್ರಶ್ನೆ ಉದ್ಭವಿಸುತ್ತದೆ. ಅದು ಎಲ್ಲಿಂದಲೂ ಬರುವುದಿಲ್ಲ. ಅದು ತನ್ನಷ್ಟಕ್ಕೆ ತಾನೆ ಸೃಷ್ಟಿಯಾಗಿ, ದ್ರವ್ಯರೂಪದಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಸಮಯಕ್ಕೆ ದ್ರವ್ಯವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವ ಅಣು ಪರಮಾಣುಗಳು ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ, ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಯಕ್ಕೆ ಅವು ಇರುತ್ತವೆ. ಇದು ಸ್ವಲ್ಪ ಸೋಜಿಗದ ಸಂಗತಿ ಎನಿಸಬಹುದು. ಆದರೂ ಅದನ್ನು ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಉಕ್ತಿಗೊಳಿಸಲು ಬರುತ್ತದೆ, ಮತ್ತು ಅದರಿಂದ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಸಿದ ಫಲಿತಗಳು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾಗಿ ಕಂಡು ಬಂದ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುತ್ತವೆ. ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ ಇದೇ ಮುಖ್ಯ; ವಿಚಾರವು ಎಷ್ಟೇ ಸೋಜಿಗವೆನಿಸಿದರೂ ಅಡ್ಡಿ ಇಲ್ಲ. ಈ ಮೊದಲು ಹೇಳಿದ ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಶೇಖರಿಸಿದ ವಿಶ್ವದ ದ್ರವ್ಯವಾದರೂ ಎಲ್ಲಿಂದ ಬಂದಿತು ಎಂದು ಪ್ರಶ್ನಿಸಲು ಬರುವುದಿಲ್ಲವೆ ?

ವಿಶ್ವ-ವಿಸ್ತರಣಾ ವಾದದ ಬಿಕ್ಕಟ್ಟನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಯತ್ನ ಈ ರೀತಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ: ಈಗ, ನಾವು ವಿಶ್ವ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಿದೆ ಎಂಬ ನಿರ್ಣಯಕ್ಕಾದರೂ ಹೇಗೆ ಬಂದೆವು ? ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳು ನಮ್ಮಿಂದ ದೂರ

ಓಡುತ್ತಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬ ಸಂಗತಿಯ ಆಧಾರದಿಂದಲ್ಲವೆ ? ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳ ಓಟದ ಅರಿವು ಹೇಗಾಯಿತು ? ಡಾಪ್ಲರ್ ರಕ್ತ-ಪಲ್ಲಟನದಿಂದಾಗಿ, ಅಲ್ಲವೆ ? ಇದು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಡಾಪ್ಲರ್ ಪಲ್ಲಟನವಿರದೆ ಮತ್ತಾವುದಾದರೂ ಕಾರಣದಿಂದ ಉದ್ಭವಿಸಿದ ರಕ್ತ ಪಲ್ಲಟನವಿರಬಹುದೆ ? ಹಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಿರುವ ವಿಶ್ವದ ಮಾತೇ ಇಲ್ಲ. ಇದೂ ಅಲ್ಲದೆ, ವಿಶ್ವವು ಅನಂತ ವ್ಯಾಪಿ ಎಂದ ಮೇಲೆ ನಾವು ನಮ್ಮ 'ಸಮೀಪದ' ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳ ಓಟದಿಂದ ನಮ್ಮ ಅವಕಾಶದ ಬಗ್ಗೆ ನಿರ್ಣಯಿಸಿದ ಸಂಗತಿಗಳು, ಆ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳಿಂದ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಅವಕಾಶಕ್ಕೆ ಅನ್ವಯಿಸದೆ ಇರಬಹುದು. ಇನ್ನೊಂದು ಸಾಧ್ಯತೆ ಎಂದರೆ, ನಮ್ಮ ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿ ಸಮರೂಪೀ ಸಾಂದ್ರತೆ ಇರಲಿಕ್ಕಿಲ್ಲ. ಪ್ರಯೋಗಗಳಿಂದ ಕಂಡು ಬಂದ ಈ ಸಂಗತಿಯನ್ನು ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ಕಾರಣಕ್ಕಾಗಿ ಬಿಟ್ಟುಬಿಡಬೇಕಾಗ ಬಹುದು; ಅಥವಾ, ಈ ಸಂಗತಿಯನ್ನೇ ಬೇರೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅರ್ಥೈಸ ಬೇಕಾಗಬಹುದು. ವಿಶ್ವ-ವಾದಗಳ ಈ ಅನಿಶ್ಚಿತ ಸ್ಥಿತಿಯಲ್ಲಿ ಅವೆಲ್ಲ ಅಯಶಸ್ವಿ ಎಂದೇ ಹೇಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ವಿಶ್ವ ಶಾಸ್ತ್ರಗಳ ಈ ಮೇಲಿನ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ವಿವೇಚನೆಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ವಾದಗಳ ಮಿತಿಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಕೊಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಎಲ್ಲ ವಾದ ಗಳಿಗೂ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಮಿತಿ ಇದೆ. ಅದೆಂದರೆ, ಎಲ್ಲ ವಾದಗಳಲ್ಲಿಯೂ ವಿಶ್ವವೆಂದರೆ ನಮಗೆ **ಗೋಚರಿಸುವ** ವಿಶ್ವ. ಅಂದರೆ, ನಮ್ಮ ದೂರದರ್ಶಕಗಳ ಮುಖಾಂತರ ಕಾಣುವ ವಿಶ್ವ. ಹಾಗಾದರೆ, ಈ 'ಗೋಚರಿಸುವ' ವಿಶ್ವದ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ಅಳೆಯಬಹುದೆ ? ಈ ಮೊದಲು ಹೇಳಿದಂತೆ ಹಬ್ಲ್‌ನ ನಿಯಮದ ಪ್ರಕಾರ, ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿ ದೂರ ಇದ್ದಷ್ಟೂ ಅದರ ವೇಗ ಹೆಚ್ಚು. ಪ್ರತಿ ಸಲ ದೂರ ದುಪ್ಪಟ್ಟಾದರೆ ಅದು ನಮ್ಮನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಓಡುವ ವೇಗ ಕೂಡ ದುಪ್ಪಟ್ಟಾಗುತ್ತದೆ. ಮೌಂಟ್ ಪಾಲಾಮೋರ್‌ದಲ್ಲಿಯ ದೂರದರ್ಶಕ ವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತಾಸಿಗೆ 200,000,000 ಮೈಲು ವೇಗದಿಂದ ಓಡುತ್ತಿರುವ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳ ವರೆಗೆ 'ನೋಡಬಹುದು'. ಇನ್ನೂ ದೊಡ್ಡ ದೂರದರ್ಶಕ ದಿಂದ ಇನ್ನೂ ಮುಂದೆ ನೋಡಬಹುದಲ್ಲವೆ ? ಆಗ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ವೇಗ ದಿಂದ ಓಡುವ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳು ಗೋಚರಿಸಬಹುದಲ್ಲವೆ ?

ಹಬ್‌ಲ್‌ನ ಸಮೀಕರಣವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳ ವೇಗ, ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗಕ್ಕೆ ಸರಿಯಾಗಬೇಕಾದರೆ ಅದೆಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿರಬೇಕೆಂಬುದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಪರಿಕಲಿಸಲು ಸಾಧ್ಯ. ಮೌಂಟ್ ಪಾಲ್‌ಮೋರ್‌ದಲ್ಲಿಯ ಹೊಸ ದೂರದರ್ಶಕವು ನೋಡಬಲ್ಲ ಅತ್ಯಂತ ದೂರದ ಬಿಂದುವಿನ ದುಪ್ಪಟ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿಯ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗದಿಂದ ಓಡುತ್ತಿರುತ್ತದೆ. ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ದೂರದಲ್ಲಿಯ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳು ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗವನ್ನು ಮೀರಿಸಿದ ವೇಗಗಳಿಂದ ಓಡುತ್ತಿರಬಹುದೆ ? ಹಬ್‌ಲ್‌ನ ನಿಯಮ ಸರಿ ಇದ್ದರೆ, ಹೌದು. ಆದರೆ, ಹೀಗೆ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗವನ್ನು ಮೀರುವುದು ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ಸಿದ್ಧಾಂತಕ್ಕೆ ವ್ಯತಿರಿಕ್ತವಲ್ಲವೆ? ಆದರೆ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗವನ್ನು ಯಾವ ಕಾಯದ ವೇಗವೂ ಮೀರಲಾರದು ಎಂಬ ನಿಯಮ **ವಿಶಿಷ್ಟ** ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದದನ್ವಯ ಮಾತ್ರ. ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಿರುವ ವಿಶ್ವಕ್ಕೆ ಅನ್ವಯಿಸುವ ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ ವಾದ ವ್ಯಾಪಕವಾದುದು. ಈ ವಾದದಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗವೇ ಕಾಯಗಳ ವೇಗಗಳ ಮಿತಿ ಆಗದಿರಬಹುದು. ಹಾಗಾದಾಗ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ವೇಗದಿಂದ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿ ಮುಂದೆ ಓಡಿದಂತೆ ಅದರಿಂದ ಬರುವ ವಿಕಿರಣ ನಮ್ಮನ್ನು ಎಂದೂ ತಲುಪಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ! ಆದುದರಿಂದ ವಿಶ್ವದ ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಒಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಿತಿಯುತವಾದುದು. ನಮ್ಮ ದೂರದರ್ಶಕಗಳ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ ಅದೂ ಹೆಚ್ಚುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ದೂರದರ್ಶಕದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಎಷ್ಟೇ ಹೆಚ್ಚಿದರೂ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಮಿತಿ, ಅಂದರೆ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳ ವೇಗ ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗವನ್ನು ಮೀರಲು ಬೇಕಾಗುವ ದೂರಕ್ಕೆ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಯೊಂದು ತಲುಪಿತೆಂದರೆ ಅದರಿಂದ ನಮಗೆ ಯಾವ ಮಾಹಿತಿಯೂ ಬರದು. ಆ ದೂರ ಸುಮಾರು, 2,000,000,000 ಜ್ಯೋತಿರ್ವರ್ಷಗಳು. ಆದುದರಿಂದ ಈ ದೂರವನ್ನೇ 'ಗೋಚರಿಸುವ' ವಿಶ್ವದ ತ್ರಿಜ್ಯವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು.

ಸದ್ಯಕ್ಕೆ ಈ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ತ್ರಿಜ್ಯದಾಚೆಗೆ ಯಾವ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳೂ ಈ ಮೊದಲು ಇಲ್ಲವೆಂದೂ ಮತ್ತು ಅಲ್ಲಿ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳ ಸೃಷ್ಟಿ ಆಗುವುದಿಲ್ಲವೆಂದೂ ಗ್ರಹಿಸಿ, ಆ ತ್ರಿಜ್ಯದಾಚೆಗೆ ಎಷ್ಟು ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳು ಈಗ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರಿಕಲಿಸಲು ಸಾಧ್ಯ. ಸದ್ಯ, ನಾವು ನಮ್ಮ ಗೋಚರಿಸುವ

ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು 100,000,000 ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳನ್ನು ನೋಡಬಲ್ಲೆವು, ಇವೆಲ್ಲವುಗಳ ವೇಗ ಹೆಚ್ಚುತ್ತ ಹೋಗಿ, ಸುಮಾರು 10,000,000,000 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಎಲ್ಲ ಗ್ಯಾಲಕ್ಸಿಗಳು ಆ ಅವಧಿಕ ತ್ರಿಜ್ಯ (2,000,000,000 ಜ್ಯೋತಿರ್ವರ್ಷಗಳು) ವನ್ನು ದಾಟಿ ನಮ್ಮ ಕಣ್ಮರೆಯಾಗುತ್ತವೆ. ಆ ಅನಂತ ದೂರದಲ್ಲಿ ಏನಿದೆ ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ಎಂದೂ ಗೊತ್ತಾಗದ ವಿಷಯ. ಆದರೂ ಕೂಡ ವಿಶ್ವ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತಲೇ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಮಾತ್ರ ಹೇಳಬಹುದು.

ಅ

ಅರ್ಥೈಸು	To interpret
ಅಚರತೆ	Invariance
ಅನುಕಲಿಸು	To integrate
ಅನುಪಾತ	Ratio
ಅವಕಲಿಸು	To differentiate
ಅವಕಾಶ	Space
ಅವಕಾಶ-ಕಾಲ ಅವಧಿ	Interval
ಅವಿಚ್ಛಿತಿ	Continuum
ಅಕ್ಷ	Axis

ಆ

ಆಕರ	Source
ಆದೇಶಿಸು	To Substitute
ಆಧಾರ ಭಾವನೆ	Postulate
ಆಘಾತ	Impact
ಆಯಾಮ	Dimension
ಆಯಸ್ಕಾಂತ	Ferromagnet
ಆವೇಗ	Momentum
ಆವರ್ತ ಕೋಷ್ಟಕ	Periodic table
ಆವರ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ	Frequency
ಆಂದೋಲನ	Vibration

ಉ

ಉತ್ಸರ್ಜನೆ	Emission

ಋ

ಋಣ	Negative

ಏ

ಏಕಮಾನ	Unit
ಏಕಕಾಲತ್ವ	Simultaneity

ಕ

ಕನಿಷ್ಠ	Minimum
ಕಾಲ	Time
ಕೇಂದ್ರಾಪಗಾಮಿ	Centrifugal
ಕಾಂತ	Magnet

ಗ

ಗತಿ	Speed
ಗರಿಷ್ಠ	Maximum
ಗ್ರಾಹಕ	Receiver
ಗೃಹಿಕೆ	Assumption

ಘ

ಘಟಕ	Component
ಘನ	Volume, Solid

ಚ

ಚೌಕಟ್ಟು	Frame

ಜ

ಜ್ಯಾಮಿತಿ	Geometry
ಜಡತ್ವ	Inertia
ಜ್ಯೋತಿರ್ವರ್ಷ	Light year

ತ

ತ್ರಿಜ್ಯೀಯ	Radial
ತಿರುಚು	Torque
ತಲ	Surface
ತೀವ್ರತಾ	Intensity

ದ

ದರ್ಜೆ	Order, degree
ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ	Mass
ಧನ	Positive

ನ

ನಿಬಂಧನೆ	Condition
ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ	Co-ordinate
ನಿತ್ಯತ್ವ	Conservation
ನಿರಪೇಕ್ಷ	Absolute
ನಿರ್ವಾತ	Vacuum
ನಿಷ್ಪತ್ತಿಸು	To derive
ನಿಷ್ಪ್ರಮಾಣ	Arbitrary

ಪ

ಪ್ರಭೇದಿಸು	To distinguish
ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	Action, Process

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ	Concept
ಪರಿಕಲಿಸು	To calculate
ಪರಿಹಾರ	Solution
ಪರಿಕರ್ಮಿ	Operator
ಪರಿಮಾಣ	Entity, Magnitude, quantity
ಪೂರಣ	Charge
ಪರಾಮರ್ಶೆ ಚೌಕಟ್ಟು	Frame of reference
ಪಲ್ಲಟ	Deflection
ಪ್ರಾಚರ	Parameter
ಪ್ರತಿಫಲನ	Reflection
ಪ್ರವಣತೆ	Slope, gradient
ಪುಂಜ	Beam

ಫ

ಫಲನ	Function

ಬ

ಬಲ	Force
ಬಂಧನ ಶಕ್ತಿ	Binding Energy

ಮ

ಮಾಧ್ಯಮ	Medium
ಮಂದಕಾರಕ	Moderator

ರ

ರಕ್ತ ಪಲ್ಲಟ	Red shift
ರೋಹಿತ	Spectrum

ವ

ವಿಭವ	Potential
ವಿದಳನ	Fission
ವಿಕಿರಣ	Radiation
ವೇಗ	Velocity
ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷ	Acceleration
ವಿದ್ಯಮಾನ	Phenomenon
ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತೀಯ	Electromagnetic
ವಿದ್ಯುದ್ಗತಿ ಶಾಸ್ತ್ರ	Electrodynamics
ವಿನ್ಯಾಸ	Pattern
ವಿದ್ಯುತ್ಪೂರಣ	Electtic charge
ವಿದ್ಯುನ್ಮಂಡಲ	Electric circuit
ವಿಕಿರಣಶೀಲತೆ	Radio activity
ವಿರಾಮ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ	Rest mass
ವಿಶ್ವರೂಪಿ	Universal
ವಿಸ್ತರಣ	Dilation
ವೀಕ್ಷಣೆ	Observation
ವಕ್ರೀಭವನ	Refraction
ವ್ಯಾಪಕ	General
ವ್ಯತಿಕರಣ	Interference
ವಿಶ್ವಕಿರಣಗಳು	Cosmic Rays
ವಿಲೋಮಾನುಪಾತವಾಗಿ	Inversely
ವ್ಯಾಪ್ತಿ	Range
ವ್ಯವಸ್ಥೆ	System

ಸ

ಸಮ್ಮಿಳನ	Fusion

ಸಾಪೇಕ್ಷತಾ	Relativity
ಸಮಾನತೆ	Equivalence
ಸಮೀಕರಣ	Equation
ಸಮರೂಪಿ	Uniform
ಸಮತಲ	Plane
ಸಂಕಲನ	Sum
ಸಂಘಟ್ಟನೆ	Collision
ಸಾಂದ್ರತೆ	Density
ಸಂಪಾತ	Co-incidence
ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ	Conventional, classical
ಸಾಂತ	Finite
ಸೂಕ್ಷ್ಮವೇದಿತ್ವ	Sensitivity

ಕ್ಷ

ಕ್ಷೇತ್ರ	Field
ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ	Area

ಗ್ರಂಥ ಋಣ

1 "The Meaning of Relativity" by A. Einstein,
Oxford Book Company, Calcutta.
Indian Edition, 1965

2 "Introduction to the Theory of Relativity"
by P. G. Bergmann,
Asia Publishing House, Bombay, 1963

3 "Special Theory of Relativity" by Dingle

4 "Gravitation : an introduction to current research"
Edited by Louis Witten John Wiley & Sons,
Inc., New York, London, 1962

5 "Relativity re-examined" by Le'on Brillouin.
Academic Press, New York & London, 1970

6 "The Riddle of the Universe" by W. M. Smart,
Longmans, Green & Co , Ltd.
London & Harlow, 1968

7 "Lectures on Quantum Mechanics" Vol. I,
by M. Raziuddin Siddiqi
Osmania University Press, Hyderabad (Dn.) 1938

8 "Space-time and Relativity" by Rolf Nevanlinna,
Addison-Wiley Publishing Co., 1968

9 "Lectures on General Relativity" Vol. I,
by A. Trantmann, F. A. E. Pirani, H. Bondi,
Prentice-Hall Inc., Eaglewood Cliffs.
New Jersey, 1964

10 Phy s. Rev. Letters, 4. 337 (1960), Pound, R. V.,
& Rebka, G. A. Jr.

— —

ಒಪ್ಪೋಲೆ

ಪುಟ	ಸಾಲು	ತಪ್ಪು	ಒಪ್ಪು
8	17	$\angle x = \Delta x$	$\Delta x' = \Delta x$
10	10	$\frac{1}{c} H$	$\frac{1}{c} \dot{H}$
17	6 (ಅಂಶದಲ್ಲಿ)	$2/c$	$2l_2/c$
39	23 (ಅಂಶದಲ್ಲಿ)	x	x_1
46	25 (ಛೇದದಲ್ಲಿ)	u^2/c	u^2/c^2
49	10 (ಅಂಶದಲ್ಲಿ)	u^2	$u_x{}^2$
49	12	${}^4F_r$ $r=1$	$\sum_{r=1}^{4} F_r$
50	1 (ಅಂಶದಲ್ಲಿ)	$F u + F u$	$F_x u_x + F_y u_y$
52	1	$\frac{\partial}{t\partial}$	$\frac{\partial}{\partial t}$
52	3	$\frac{\partial^2 W}{\partial \ \partial t}$	$\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial t}$
52	8	$\frac{\partial^2 W}{\partial t^{12}}$	$\frac{\partial^2 W}{\partial t'^2}$
52	11	$\frac{\partial^2}{\partial t^{12}}$	$\frac{\partial^2}{\partial t'^2}$
56	14. 16	div V	$\nabla \wedge$
56	16	$\bar{V}$ ಇದು	$\wedge$ ಇದು
56	17	ಒಂದು ನಿಷ್ಪ್ರಮಾಣ ಫಲನ	ಒಂದು ಸ್ಕೇಲರ್ ನಿಷ್ಪ್ರಮಾಣ ಫಲನ

ಪುಟ	ಸಾಲು	ತಪ್ಪು	ಒಪ್ಪು
56	17	$\phi + \frac{\partial v}{\partial t}$	$\phi + \frac{1}{c}\frac{\partial \Lambda}{\partial t}$
56	18	(ಇಲ್ಲಿ V, x, y, z, t ಗಳ...)	(ಇಲ್ಲಿ Λ, x, y, z, t ಗಳ ಒಂದು ಸ್ಕೇಲರ್ ನಿಷ್ಪ್ರಮಾಣ)
56	19	div $\bar{V}$ ಅಥವಾ $\frac{\partial}{\partial t}$	$\nabla \wedge$ ಅಥವಾ $\frac{1}{c}\frac{\partial \Lambda}{\partial t}$
57	11	$\frac{1}{ɔ}\frac{\partial}{\partial t}$	$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}$
60	14	$\frac{u_x \cdot n}{c^2}$	$\frac{u_x v}{c^2}$
63	2	A_a	A_x
64	5	$\frac{v^2}{c^2}$	$\frac{v^2}{c^3}$
67	7	ಪರಿಣಾಮಗಳು	ಪರಿಮಾಣಗಳು
68	4	$1 - {}^2/c^2$	$1 - v^2/c^2$
68	6, 7, 10	vux	vu_x
71	14	ಪುಟ....	ಪುಟ 85–86
73	3	V_x	$\dot{V}_x$
74	6	$\frac{c^2 - vV_x + vV_x - v^2}{c^2}$	$\frac{c^2 - vV_x + vV_x - v^2}{c^2 - vV_x}$
74	8	${}^2 - v^2$	$c^2 - v^2$
74	9, 11	$\left(1 - \frac{vV_x}{c^2}\right)^2$	$\left(1 - \frac{vV_x}{c^2}\right)^3$
79	8	V'_2	V'_1

ಪುಟ	ಸಾಲು	ತಪ್ಪು	ಒಪ್ಪು
97	11	ದರ್ನ್ಸ	ಸದರ್ನ್ಸ
98	3	ಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸುವುದಕ್ಕಿಂತ	ಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನು, ಗುರುತ್ವ ಬಲವನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸುವುದಕ್ಕಿಂತ
105	19	ಅಭ್ಯಸಿಸುವುದು	ಅಭ್ಯಸಿಸುವುದು ಸುಲಭ.
109	13	ನಿರ್ದೇಶಾ	ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ
110	6	10^{-8}	10^{-8}
113	3	S	s
116	20, 22	υ_0	v_0
116	25	$\upsilon = \upsilon_0$	$v = v_0$
117	2	$\upsilon = \upsilon_0$	$v = v_0$
117	4	υ_0	v_0
117	19	$\upsilon = \upsilon_0$	$v = v_0$
118	18	$\frac{\upsilon = \upsilon_0}{\upsilon_0}$	$\frac{v - v_0}{v_0}$
118	20	$(\upsilon - \upsilon_0)$	$(v - v_0)$
118	23	υ_0	v_0

Published by the Text-Book Directorate of the Institute of Kannada Studies, under the Centrally Sponsored Scheme for the production of Books and Literature in Regional Languages at the University Level, Government of India, Ministry of Education and Social Welfare (Department of Culture), New Delhi.

